

Thiel, Artur

Disbui.Frankfurt a/Main

1988



**Kernmolekulare Einteilchenorbitale
und
nuklearer Landau-Zener-Effekt
in
Schwerionenstößen**

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der
Naturwissenschaften
vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

von

Artur Thiel
aus Simtshausen

Frankfurt am Main, 1988

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

2. Das molekulare Modell des Gases

2.1. Der kinetische Ansatz

2.2. Der statische Ansatz

2.3. Lösung des Problems der Bestimmung des Druckes im Falle der Teilchenbewegung

2.4. Die Teilchenbewegung im Falle der Teilchenbewegung

Dekan: Prof. Dr. K. Bethge

Leiter der Arbeit: Prof. Dr. W. Greiner

Erstgutachter: Prof. Dr. W. Greiner

Zweitgutachter: Prof. Dr. W. Scheid

Tag der mündlichen Prüfung: 5. Juli 1988

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Das molekulare Particle-Core-Modell	3
2.1	Der Hamilton-Operator	4
2.2	Die Wellenfunktion	11
2.2.1	Aufbau der Einteilchenwellenfunktionen aus Eigenfunktionen des Zweizentren-Hamilton-Operators . . .	13
2.2.2	Die Wellenfunktionen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - und $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System	25
2.3	Die gekoppelten Kanalgleichungen	31
2.3.1	Die radiale Kopplung	39
2.3.2	Die Rotationskopplung	41
2.3.3	Die Matrixelemente des Einteilchen-Hamilton-Operators — Die Anregungsenergie der Valenznukleonen	44
3	Anwendungen des molekularen Particle-Core-Modells	49
3.1	Inelastische Anregung und Transfer eines Neutrons in der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung	49
3.1.1	Das optische Potential	51
3.1.2	Das Zweizentren-Schalenmodell für die Valenzneutronen und die Kopplungspotentiale	51
3.1.3	Ergebnisse der gekoppelten Kanalrechnungen	54
3.1.4	Analyse der Anregungsfunktion für den Einneutronen-Transfer	56
3.2	Inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C	58
3.2.1	Das optische Potential	60
3.2.2	Das Zweizentren-Schalenmodell für das Valenzneutron und die Kopplungspotentiale	60
3.2.3	Ergebnisse der gekoppelten Kanalrechnungen	62
3.2.4	Berechnung und Untersuchung von über alle Streuwinkel integrierten inelastischen Anregungsfunktionen	64

4 Zusammenfassung und Ausblick	68
Anhang	73
A. Zur Berechnung der kinetischen Energie im rotierenden System	73
B. Hermitesierung der radialen Matrixelemente	80
C. Umordnung der radialen Kopplung in zwei getrennt hermitesche Terme	84
D. Zur Berechnung der Kopplungsmatrixelemente	90
D.I Berechnung der radialen Basismatrixelemente	94
D.II Berechnung der Basismatrixelemente der Rotationskopplung	99
E. S-Matrix und Wirkungsquerschnitt	104
Bibliographie	117
Tabellen und Abbildungen	121

Kapitel 1

Einleitung

Kernmoleküle, die als Eingangskonfiguration in Stößen von Atomkernen gebildet werden, führen zu korrelierten Resonanzstrukturen in gemessenen Wirkungsquerschnitten verschiedener Ausgangszustände. Diese molekulare Deutung von Resonanzen in Streureaktionsamplituden geht auf Bromley *et al.* /Bro60/ zurück, die 1960 erstmalig bei der Streuung von ^{12}C an ^{12}C resonierendes Verhalten in den von ihnen gemessenen Reaktionsdaten (elastische Anregungsfunktion) beobachteten. Weitere Streusysteme wie $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ /Mah69/, $^{28}\text{Si}+^{28}\text{Si}$ /Bet79/ und $^{24}\text{Mg}+^{24}\text{Mg}$ /Zur83/ folgten, deren Streudaten ähnliche Charakteristika aufwiesen.

In Analogie zu atomaren Molekülen führt die Schalenstruktur der Kerne im (binären) Kernmolekül zur Ausbildung molekularer (Zwei-Zentren-) Nukleonenorbitale für die äußersten gebundenen Nukleonen. Signaturen von der Bildung dieser dinuklearen Nukleonenorbitale sollten in den Reaktionskanälen auftreten, in denen Nukleonenübergänge zwischen verschiedenen (molekularen) Einteilchenniveaus stattfinden: also z.B. die inelastische Anregung eines Nukleons in ein höheres Niveau oder der Transfer zum Streupartner. Treten im Korrelationsdiagramm molekularer Einteilchenorbitale vermiedene Kreuzungspunkte auf, so ist an diesen Stellen die Kopplung, die zwischen den beiden sich nicht kreuzenden Niveaus wirkt und die den Übergang induziert, stark erhöht. Dieser Fall ist in der Atomphysik als 'Landau-Zener-Effekt' bekannt, da erstmalig Landau /Lan32/, Zener /Zen32/ und Stückelberg /Stü32/ 1932 ein Verfahren zur näherungsweisen Behandlung von Übergängen an solchen vermiedenen Kreuzungspunkten angaben. Bei Kern-Kern-Streuungen Signaturen von vermiedenen Kreuzungspunkten in meßbaren Größen (Wirkungsquerschnitte, γ -Strahlungsübergänge) zu finden, heißt damit, eindeutig die Bildung nuklearer molekularer Orbitale und somit die Existenz von Kernmolekülen nachzuweisen.

In der vorliegenden Arbeit werden wir Streurechnungen im sogenannten 'molekularen Particle-Core-Modell' vorstellen, die die Bildung molekularer Nukleonenorbitale in der Streuung leichter Schwerionen an zwei Beispielen — nämlich dem $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ — /Thi87/ und dem $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -Streusystem /Thi88/

— zeigen.

Als Beispiel für die inelastische Anregung und den Transfer eines Neutrons werden Wirkungsquerschnitte für die inelastische Streuung von ^{13}C an ^{13}C zum ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand und die Transferreaktion $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}\rightarrow^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ berechnet und mit den Messungen von Balamuth *et al.* /Bal84/ bzw. Korotky *et al.* /Kor83/ verglichen. Die Analyse des Transferstreuquerschnittes wird zeigen, daß der dominante Kopplungsmechanismus für den Transfer des Neutrons eng mit dem molekularen Charakter der Wellenfunktion verknüpft ist, die das äußerste (Valenz-) Neutron von ^{13}C beschreibt.

Im Falle der Streuung von ^{17}O an ^{12}C tritt zwischen zwei molekularen Einteilchenorbitalen für die Beschreibung des äußersten Neutrons von ^{17}O eine vermiedene Niveaureuzung bei einem Relativabstand der Kerne von etwa 7.6 fm (Oberflächenbereich des optischen Potentials) auf. Die dadurch erhöhte (radiale) Kopplung für die inelastische Anregung des ^{17}O zum ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand führt zu den selben Strukturen in den berechneten Wirkungsquerschnitten, wie sie auch die von Freeman *et al.* /Free86/ gemessenen Streudaten aufweisen.

Doch vor diesen zwei Anwendungen des molekularen Particle-Core-Modells soll das Modell selbst vorgestellt werden.

Kapitel 2

Das molekulare Particle-Core-Modell

Das molekulare Particle-Core-Modell beschreibt Schwerionenreaktionen, die mit Übergängen der äußersten noch gebundenen Nukleonen zwischen molekularen Orbitalen verbunden sind. Voraussetzung für die Anwendung des Modells ist, daß die Streupartner in inerte Cores, die im Prinzip nur kollektiv anregbar sein sollen, und lose gebundene Valenznukleonen zerlegt werden können. Die Zustände dieser äußersten Nukleonen werden im Rahmen des Zweizentren-Schalenmodells /Hol69, Mar72/ berechnet, in dem gerade die statischen molekularen Polarisierungseffekte schon enthalten sind. Der Relativabstand der beiden Kerne geht dabei nur als Parameter in die Berechnung der Zweizentren-Wellenfunktionen ein ($\rightarrow$ adiabatische Basis).

Anstatt die Bewegung der Valenznukleonen in solch einer molekularen Zweizentren-Basis zu beschreiben, können auch nukleare Einzentren-Wellenfunktionen als Basis gewählt werden. Die Bildung molekularer Nukleonorbitale wird dann durch Linearkombination dieser nuklearen Einzentren-Wellenfunktionen beschrieben (Linear Combination of Nuclear Orbitals, LCNO). Die LCNO-Methode wurde von von Oertzen und Nörenberg /Oer73/ sowie Becker *et al.* /Bec74/ entwickelt und später z.B. von Imanishi und von Oertzen /Ima87/ auf das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streusystem angewendet.

Das molekulare Particle-Core-Modell führten Park *et al.* /Par72/ ein. Terlecki *et al.* /Ter75, Ter78/ wendeten es dann später auf die elastische und inelastische Streuung von ^{13}C an ^{13}C an. Dabei wird das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streusystem in zwei ^{12}C -Cores mit jeweils einem Valenzneutron zerlegt. Die Valenzneutronen können durch die Kopplung der Einteilchenbewegung an die Relativbewegung der Kerne angeregt werden. Park *et al.* /Par79/ betrachteten auch den Nukleonentransfer in einem Streusystem bestehend aus zwei Cores und einem Valenznukleon. Auf diesen Arbeiten aufbauend wird im folgenden das Modell im Hinblick auf seine späteren Anwendungen formuliert.



Für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System soll neben der elastischen Streuung sowohl die inelastische Streuung als auch der Transfer der Valenzneutronen berücksichtigt werden. Im asymmetrischen Streusystem $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$, das in einen ^{12}C - und ^{16}O -Core mit einem Valenzneutron zerlegt wird, soll außer dem elastischen Kanal nur die inelastische Anregung des Valenzneutrons betrachtet werden. Kollektive Anregungen der Cores werden in beiden Fällen nicht berücksichtigt.

2.1 Der Hamilton-Operator

Betrachten wir ein Streusystem bestehend aus zwei Atomkernen mit jeweils C_1 bzw. C_2 Core-Nukleonen und daran lose gebundenen N_1 bzw. N_2 , d.h. insgesamt $N_1 + N_2 = N$, Valenznukleonen. Zur Unterscheidung der bei Transfer von Valenznukleonen sich ändernden Massen- (bei Protonentransfer auch Ordnungs-) Zahlen der Kerne führen wir die Fragmentationszahl s ein. Für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System z.B. bezeichne $s = 0$ das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System und $s = 1$ das durch Transfer eines Valenzneutrons gebildete $^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ -System.

Für eine gegebene Fragmentation s wird der Hamilton-Operator im Laborsystem dann angesetzt als /Par72/

$$H_s = T_{C_1} + T_{C_2} + U_s + iW_s + \sum_{i=1}^N h_s(i) + V_{\text{res}} \quad (2.1)$$

mit

$$h_s(i) = t_i + V_s(i), \quad (2.1a)$$

$$V_{\text{res}} = \sum_{i=1, j \leq j}^N v_{\text{res}}^{ij}. \quad (2.1b)$$

T_{C_1} und T_{C_2} bezeichnen die kinetische Energie der beiden Cores. Das optische Potential $U_s + iW_s$ beschreibt die mittlere Wechselwirkung, die die beiden Kerne aufeinander ausüben. Die Einteilchenoperatoren $h_s(i)$ (2.1a) beschreiben die Bewegung der Valenznukleonen in dem effektiven, durch alle Nukleonen erzeugten Potential V_s . Wir werden für das Potential V_s das Zweizentren-Schalenmodell-Potential einsetzen. Im Prinzip ließe sich V_s aber natürlich ebenso gut z.B. durch ein Zweizentren-Woods-Saxon-Potential oder ein durch selbstkonsistente Hartree-Fock-Rechnungen bestimmtes effektives Potential beschreiben. In dem Term V_{res} (2.1b) ist die Restwechselwirkung der Valenznukleonen untereinander enthalten.

Da das Zweizentren-Schalenmodell im körperfesten Kern-Kern-System, in dem die beiden Kernzentren auf der intrinsischen z' -Achse liegen, formuliert wird, ist der im Laborsystem gegebene Hamilton-Operator (2.1) in dieses (rotierende) Koordinatensystem zu transformieren. Hierzu wird der Hamilton-Operator (2.1) zunächst in das Schwerpunktsystem mit raumfesten Koordinatenachsen transformiert, die dann im zweiten Schritt in das körperfeste rotierende Koordinatensystem so gedreht werden, daß die z' -Achse entlang der durch die beiden Kernschwerpunkte S_1 und S_2 definierten Relativkoordinate $\vec{r}$ liegt. In Abbildung 2.1 sind die verschiedenen im weiteren noch benötigten Koordinaten des Particle-Core-Modells zusammengestellt.

Transformieren wir also die kinetische Energie des Particle-Core-Modells

$$T = \frac{1}{2C_1M} \vec{P}_{C_1}^2 + \frac{1}{2C_2M} \vec{P}_{C_2}^2 + \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2M} \quad (2.2)$$

(M =Nukleonenmasse). Hierzu führen wir die neuen Koordinaten ein

$$\vec{R}_{c.m.} = \frac{1}{A} (C_1 \vec{R}_{C_1} + C_2 \vec{R}_{C_2} + \sum_{i=1}^N \vec{r}_i), \quad (2.3a)$$

$$\vec{r}_s = \frac{1}{A_1^{(s)}} (C_1 \vec{R}_{C_1} + \sum_{i=1}^{N_1^{(s)}} \vec{r}_i) - \frac{1}{A_2^{(s)}} (C_2 \vec{R}_{C_2} + \sum_{i=N_1^{(s)}+1}^N \vec{r}_i), \quad (2.3b)$$

$$\vec{r}_{i.c.m.} = \vec{r}_i - \vec{R}_{c.m.} \quad (2.3c)$$

mit

$$A_1^{(s)} = C_1 + N_1^{(s)}, \quad (2.4a)$$

$$A_2^{(s)} = C_2 + N_2^{(s)}, \quad (2.4b)$$

$$A = A_1^{(s)} + A_2^{(s)} \quad (2.4c)$$

und die dazugehörigen kanonisch konjugierten Impulse $\vec{P}_{c.m.}$, $\vec{p}_{r_s}$, $\vec{p}_{i.c.m.}$.

Durch Umschreiben der Core- sowie Einteilchen-Koordinaten auf die neuen, auf den Schwerpunkt des Gesamtsystems bezogenen Koordinaten (2.3), ergibt sich die kinetische Energie zu¹

$$T_s = \frac{1}{2AM} \vec{P}_{c.m.}^2 + \frac{1}{2\mu_s} \vec{P}_s^2 + \left(\frac{1}{A_1^{(s)}M} \sum_{i=1}^{N_1^{(s)}} \vec{P}_{i.c.m.} - \frac{1}{A_2^{(s)}M} \sum_{i=N_1^{(s)}+1}^N \vec{P}_{i.c.m.} \right) \cdot \vec{P}_s + \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^N \vec{P}_{i.c.m.}^2 - \frac{1}{2AM} \left(\sum_{i=1}^N \vec{P}_{i.c.m.} \right)^2. \quad (2.5)$$

(μ_s bezeichnet die reduzierte Masse: $\mu_s = A_1^{(s)} A_2^{(s)} \frac{M}{A}$.)

Der erste Term in (2.5), der die nicht weiter interessierende kinetische Energie des Schwerpunktes beschreibt, wird im folgenden immer weggelassen.

Nun wird die kinetische Energie auf das rotierende körperfeste System, dessen z' -Achse mit der Richtung des Relativvektors $\vec{r}_s$ zusammenfallen soll, transformiert. Hierzu werden die Einteilchenkoordinaten $\vec{r}_{i.c.m.}$ und zugehörigen Impulse $\vec{p}_{i.c.m.}$ durch die entsprechenden, auf das rotierende System bezogenen (gestrichenen) Koordinaten $\vec{r}'_{i.c.m.}$ und $\vec{p}'_{i.c.m.}$ ersetzt.

¹ Hierzu benötigt man ($\vec{P}_{C_i} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}_{R_{C_i}}$, $\vec{p}_i \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}_{r_i}$, u.s.w.)

$$\vec{\nabla}_{R_{C_i}} = \frac{\partial \vec{R}_{c.m.}}{\partial \vec{R}_{C_i}} \vec{\nabla}_{R_{c.m.}} + \frac{\partial \vec{r}_s}{\partial \vec{R}_{C_i}} \vec{\nabla}_{r_s} + \sum_{j=1}^N \frac{\partial \vec{r}'_{j.c.m.}}{\partial \vec{R}_{C_i}} \vec{\nabla}_{r'_{j.c.m.}}, \quad i=1,2$$

$$\vec{\nabla}_{r_i} = \frac{\partial \vec{R}_{c.m.}}{\partial \vec{r}_i} \vec{\nabla}_{R_{c.m.}} + \frac{\partial \vec{r}_s}{\partial \vec{r}_i} \vec{\nabla}_{r_s} + \sum_{j=1}^N \frac{\partial \vec{r}'_{j.c.m.}}{\partial \vec{r}_i} \vec{\nabla}_{r'_{j.c.m.}} \quad i=1, \dots, N,$$

wobei mit $\frac{\partial \vec{R}_{c.m.}}{\partial \vec{R}_{C_i}} \rightarrow \left(\frac{\partial X_{c.m.}}{\partial x_{C_i}}, \frac{\partial Y_{c.m.}}{\partial y_{C_i}}, \frac{\partial Z_{c.m.}}{\partial z_{C_i}} \right)$ u.s.w. gemeint ist. Mit (2.3) ergibt sich dann z.B.

$$\vec{\nabla}_{R_{C_i}} = \frac{C_i}{A} \left(\vec{\nabla}_{R_{c.m.}} + (-1)^{3-i} \vec{\nabla}_{r_s} - \sum_{j=1}^N \vec{\nabla}_{r'_{j.c.m.}} \right) \quad i=1,2,$$

$$\vec{\nabla}_{r_i} = \frac{1}{A} \vec{\nabla}_{R_{c.m.}} + (-1)^{3-i} \frac{1}{A_i^{(s)}} \vec{\nabla}_{r_s} + \sum_{j=1}^N \left(\delta_{ij} - \frac{1}{A} \right) \vec{\nabla}_{r'_{j.c.m.}} \quad s=0, N=2.$$

Einsetzen in (2.2) liefert dann (2.5).

Die Orientierung des körperfesten, rotierenden Systems zum Laborsystem ist durch die Euler-Winkel ϕ_s, θ_s , die die sphärischen Polarwinkel des Relativvektors $\vec{r}_s$ sind, bestimmt. Der dritte Euler-Winkel ψ_s , der Rotationen des Systems um die intrinsische z' -Achse beschreibt, ist irrelevant. Der Impuls der Relativbewegung $\vec{p}_r$ kann unter Benutzung der Identität²

(der Übersichtlichkeit wegen lassen wir im folgenden den Index s vorübergehend weg)

$$\vec{\nabla} = \vec{e}_r (\vec{e}_r \cdot \vec{\nabla}) - \vec{e}_r \times (\vec{e}_r \times \vec{\nabla}) \quad (2.6)$$

als

$$\vec{p}_r = \frac{\hbar}{i} \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{\hbar} \frac{\vec{e}_r}{r} \times \vec{L}' \quad \text{mit } \vec{e}_r = \vec{e}_2, \quad (2.7)$$

ausgedrückt werden. Hierbei bezeichnet $\vec{L}'$ den Bahndrehimpuls im rotierenden System:

$$\vec{L}' = \vec{I} - \vec{J}', \quad \text{wobei} \quad (2.8)$$

$$\vec{J}' = \sum_{i=1}^N \vec{r}'_{i.c.m.} \times \vec{p}'_{i.c.m.} + \sum_{i=1}^N \vec{s}'_i \quad (2.9)$$

die Summe der Bahndrehimpulse der Valenznukleonen bezüglich des Schwerpunktes und der Nukleonenspins ist. $\vec{I}$ ist der totale Drehimpuls des Systems (bezogen auf die intrinsischen Koordinatenachsen!). $\vec{J}'$ kann auch in der fol-

²(2.6) ergibt sich aus der folgenden Beziehung für das doppelte Kreuzprodukt:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} (\vec{a} \cdot \vec{c}) - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$$

genden Form geschrieben werden:

$$\vec{J}' = \vec{J}_a + \vec{J}_o \quad (2.10)$$

mit

$$\vec{J}_a = \sum_{i=1}^{N_1} \vec{r}_{iA_1}' \times \vec{p}_{i.c.m.}' + \sum_{i=N_1+1}^N \vec{r}_{iA_2}' \times \vec{p}_{i.c.m.}' + \sum_{i=1}^N \vec{s}_i', \quad (2.11a)$$

$$\vec{J}_o = \frac{1}{A} \vec{r} \times \left(A_2 \sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' - A_1 \sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right), \quad (2.11b)$$

wenn man den Zusammenhang zwischen den auf den Schwerpunkt des Gesamtsystems bezogenen Einteilchenkoordinaten $\vec{r}_{i.c.m.}'$ und den in Bezug auf die einzelnen Kernschwerpunkte definierten Einteilchenkoordinaten $\vec{r}_{iA_1}'$ bzw. $\vec{r}_{iA_2}'$ benutzt:

$$\vec{r}_{i.c.m.}' = \vec{r}_{iA_1}' + \frac{A_2}{A} \vec{r} \quad \text{für } i \leq N_1, \quad (2.12a)$$

und

$$\vec{r}_{i.c.m.}' = \vec{r}_{iA_2}' - \frac{A_1}{A} \vec{r} \quad \text{für } i > N_1. \quad (2.12b)$$

Durch Einsetzen von (2.10), (2.8) und (2.7) in (2.5) erhält man die kinetische Energie im rotierenden Kern-Kern-System (/Ter78/, s. Anhang A), sodaß der Hamilton-Operator des Particle-Core-Modells im molekularen System

folgende Form annimmt:

$$H_s = T_s + \mathcal{U}_s + iW_s + H_{s.p.} + V_{res} \quad (2.13)$$

mit

$$\begin{aligned} T_s = & -\frac{\hbar^2}{2\mu_s} \frac{1}{r_s^2} \left(\frac{\partial}{\partial r_s} + \mathcal{D}_s \right) r_s^2 \left(\frac{\partial}{\partial r_s} + \mathcal{D}_s \right) + \frac{1}{2\mu_s r_s^2} \left(\vec{I}(\phi_s, \theta_s) - \vec{J}_s \right)^2 \\ & - \frac{1}{2A_1^{(s)}M} \left(\sum_{i=1}^{N_1^{(s)}} \vec{p}_{i.c.m.} \right)^2 - \frac{1}{2A_2^{(s)}M} \left(\sum_{i=N_1^{(s)}+1}^N \vec{p}_{i.c.m.} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.13a)$$

$$\mathcal{D}_s = \frac{1}{A} \left(A_2^{(s)} \sum_{i=1}^{N_1^{(s)}} \frac{\partial}{\partial z'_{i.c.m.}} - A_1^{(s)} \sum_{i=N_1^{(s)}+1}^N \frac{\partial}{\partial z'_{i.c.m.}} \right), \quad (2.13b)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_s = & \sum_{i=1}^{N_1^{(s)}} \left(\vec{r}'_{i.c.m.} - \frac{A_2^{(s)}}{A} \vec{r}_s \right) \times \vec{p}'_{i.c.m.} + \sum_{i=N_1^{(s)}+1}^N \left(\vec{r}'_{i.c.m.} + \frac{A_1^{(s)}}{A} \vec{r}_s \right) \times \vec{p}'_{i.c.m.} \\ & + \sum_{i=1}^N \vec{s}_i', \end{aligned} \quad (2.13c)$$

$$\begin{aligned} H_{s.p.} = & \sum_{i=1}^N h_{TCSH}(i) = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_{i.c.m.}^2}{2M} + V_{TCSH}(\vec{r}'_{i.c.m.}, \vec{p}'_{i.c.m.}, \vec{s}_i', r_s) \\ & - E_{g.s.}^{(s)}(r_s). \end{aligned} \quad (2.13d)$$

Der Operator der kinetischen Energie (2.13a) enthält radiale Terme und Drehimpuls-Terme (erster und zweiter Term), die in den gekoppelten Gleichungen zu den sogenannten radialen und Rotations-Kopplungen zwischen den Kanälen führen. Die dritten und vierten Terme in (2.13a) stellen Korrekturterme der Schwerpunktbewegungen der äußeren Nukleonen in den Kernen

dar. Sie werden im folgenden vernachlässigt, da die Zahl der Valenznukleonen $N = 2$ bzw. 1 für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - bzw. $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System klein gegen die Nukleonenzahl der Cores ist. Der in Gleichung (2.13b) definierte Operator D_s sorgt dafür, daß asymptotisch die radialen Kopplungen verschwinden (s. Anhang D.I). Gleichung (2.13c) gibt noch einmal den intrinsischen Gesamtdrehimpuls der Valenznukleonen an, der sich aus einem bezüglich der Kernschwerpunkte definierten Bahndrehimpulsanteil und den Nukleonenspins $\vec{s}_i$ zusammensetzt.

Das optische Potential U_s+iW_s im Hamilton-Operator (2.13), das wir zur Beschreibung der mittleren Kern-Kern-Wechselwirkung in der Fragmentation s in (2.1) eingeführt hatten, sollte auch den Effekt der vielen nicht explizit berücksichtigten Kanäle auf die betrachteten Kanäle im Mittel beschreiben. Wir werden für diese Potentiale die die elastische Streuung beschreibenden elastischen optischen Potentiale einsetzen, wobei für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System in beiden Fragmentationen ($^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ und $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$) dasselbe elastische $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Potential benutzt wird.

Im Zweizentren-Hamilton-Operator (2.13d) ziehen wir die r_s -abhängige Grundzustandsenergie der Valenznukleonen ab, da sämtliche Anregungsenergien dieser Nukleonen in Bezug auf das reelle optische Potential U_s gemessen werden. Im $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System, in dem das Valenzneutron von ^{17}O im Grundzustand das $1d_{5/2}$ -Niveau besetzt, muß in $E_{g.s.}$ dabei noch über die magnetischen Unterzustände gemittelt werden.

In den Rechnungen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streusystem werden wir der Einfachheit halber in beiden Fragmentationen dasselbe Zweizentren-Schalenmodell mit einem $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Zweizentren-Potential benutzen.

Die Restwechselwirkung V_{res} werden wir in den $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Rechnungen insofern berücksichtigen, daß wir den experimentellen asymptotischen Q -Wert von 3.23 MeV in der Fragmentation $^{14}\text{C}+^{12}\text{C}$ benutzen, d.h. vom diagonalen optischen Potential in den Transferkanälen subtrahieren.

2.2 Die Wellenfunktion

Für die das Streuprobblem

$$H\Psi = E\Psi \quad (2.14)$$

lösende Wellenfunktion Ψ machen wir im Laborsystem den Ansatz /Par72/

$$\Psi_{IM} = \mathcal{A}(1, \dots, N) \sum_{s, \alpha, \ell, J} R_{s\alpha \ell J I}(r_s) \left[i^\ell Y_\ell(\theta_s, \phi_s) \otimes \Phi_{s\alpha J}(1, \dots, N, r_s) \right]^{[I]}_M \quad (2.15)$$

mit

$$\Psi = \sum_{IM} \Psi_{IM}. \quad (2.16)$$

Die Wellenfunktionen $R_{s\alpha \ell J I}(r_s)$ beschreiben die radiale Relativbewegung der aneinander streuenden Kerne. Sie hängen neben der Fragmentation s noch von den Quantenzahlen des totalen Drehimpulses I , des Bahndrehimpulses ℓ sowie des Kanalspins J ab.

α bezeichnet jeweils den Satz von intrinsischen Quantenzahlen, den die verschiedenen molekularen Einteilchenkonfigurationen, die durch die Wellenfunktionen $\Phi_{s\alpha J}$ beschrieben werden, tragen. Da wir keine Core-Anregungen berücksichtigen, ist es nicht notwendig, explizite Core-Wellenfunktionen einzuführen. Die intrinsische Wellenfunktion $\Phi_{s\alpha J}$ hängt von den Koordinaten der N Valenznukleonen und dem Vektor $\vec{r}_s$ des Relativabstandes in der Fragmentation s ab.

Bei mehr als einem Valenznukleon antisymmetrisiert der Operator $\mathcal{A}(1, \dots, N)$ die Wellenfunktionen gegen den Austausch der Valenznukleonen ($\mathcal{A}(1) = 1$). Im Fall gleicher Cores wie im $^{13}\text{C} + ^{13}\text{C}$ -System müssen die Wellenfunktionen darüber hinaus noch gegen den Austausch der Cores symmetrisiert werden.

Da wir Zweizentren-Wellenfunktionen zur Beschreibung der molekularen Einteilchenzustände benutzen wollen, ist die Wellenfunktion $\Phi_{s\alpha J}$ wie auch schon der Hamilton-Operator im letzten Abschnitt auf das körperfeste, rotierende Koordinatensystem zu transformieren, in dem der Zweizentren-

Hamilton-Operator formuliert ist:

$$\Phi_{s\alpha JM} = \sum_{M'} D_{HM'}^{J*}(\phi_s, \theta_s, \psi_s) \tilde{\Phi}_{s\alpha(J)M'} \quad (2.17)$$

In unseren Rechnungen tragen die Cores keinen Spin. Der Kanalspin J ergibt sich dann als Summe der Drehimpulse der einzelnen Valenznukleonen. Die zugehörigen Einteilchenwellenfunktionen sind jedoch nur asymptotisch Eigenfunktionen zu gutem Drehimpuls, da für kleiner werdende Relativabstände der Kerne die molekulare Polarisation der Zweizentren-Wellenfunktionen, aus denen die Einteilchenwellenfunktionen aufgebaut sind, diese Eigenschaft zerstört. Wir haben dies in Gleichung (2.17) mit den Klammern um den entsprechenden Index J der im rotierenden System definierten intrinsischen Wellenfunktion $\tilde{\Phi}_{s\alpha(J)M}$ angedeutet. Dennoch soll Gleichung (2.17) für alle Relativabstände gelten.

Setzen wir Gleichung (2.17) in (2.15) ein und benutzen die Identität /Edm64/

$$\begin{aligned} \sum_M (lm \ JH-m / IH) Y_{lm} D_{H-mM'}^{J*} \\ = \left[(2\ell+1)/4\pi \right]^{1/2} (\ell 0 \ JM' / IH) D_{HM'}^{I*}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

so erhält (2.15) die Form

$$\Phi_{IH} = A(1, \dots, N) \sum_{s, \alpha, J, M'} \tilde{R}_{s\alpha J IH'}(\tau_s) D_{HM'}^{I*}(\phi_s, \theta_s, \psi_s) \tilde{\Phi}_{s\alpha(J)M'} \quad (2.19a)$$

mit

$$\tilde{R}_{s\alpha J IH'} = \sum_{\ell} R_{s\alpha \ell J I}(\tau_s) i^{\ell} \left(\frac{2\ell+1}{8\pi} \right)^{1/2} (\ell 0 \ JM' / IH) \quad (2.19b)$$

Gleichung (2.19a) ist der Form der 'Strong-Coupling-Wellenfunktionen'

des deformierten Schalenmodells und des Rotator-Vibrator-Kernmodells /Eis70/ ähnlich. Wegen der späteren Integration über den irrelevanten Euler-Winkel ψ in den Matrixelementen wurde in den Gleichungen (2.19) ein Faktor $(2\pi)^{-\frac{1}{2}}$ hinzugenommen.

Das Streuprobblem (2.14) wird im intrinsischen System gelöst (s. Abschnitt 2.3). Im deformierten Schalenmodell sind die im intrinsischen System berechneten Wellenfunktionen gegen die Basistransformationen $\hat{R}_1$ und $\hat{R}_2$ /Eis70/ zu symmetrisieren, um die Eindeutigkeit der Strong-Coupling-Wellenfunktionen bei Rücktransformation in das Laborsystem zu gewährleisten. In unserem Fall legt der Relativvektor $\vec{r}_s$ mit seinen sphärischen Polarwinkeln ϕ_s, θ_s die Orientierung des intrinsischen Koordinatensystems fest (ψ_s ist beliebig).

Die Antisymmetrisierung der Wellenfunktionen (2.19) gegen Austausch der Valenznukleonen ist in (2.19a) schon durch den Antisymmetrisierungsoperator $\mathcal{A}(1, \dots, N)$ berücksichtigt. Sind die beiden Cores gleich (das ist im $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System der Fall), muß die Wellenfunktion (2.19a) zusätzlich gegen Core-Austausch je nach Core-Spin I_C symmetrisiert (I_C ganzzahlig) oder antisymmetrisiert (I_C halbzahlig) werden.

Der Core-Austausch kann durch Anwendung der Basistransformation $\hat{R}_1$ bewirkt werden, die das intrinsische Koordinatensystem um den Winkel π um die intrinsische x' -Achse dreht (d.h. $x' \rightarrow x', y' \rightarrow -y', z' \rightarrow -z'$). Der Anwendung dieser Transformation auf die Wellenfunktion (2.19) entspricht also ein Austausch der Kernzentren ($\vec{r} = r\vec{e}_{z'} \rightarrow r(-\vec{e}_{z'}) = -\vec{r}$). Austausch der Kernzentren heißt aber Austausch der Cores (wenn wir $\vec{r}$ -Core-Austausch $\sim -\vec{r}$ setzen).

Doch bevor für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System die gegen Austausch der ^{12}C -Cores (mit Spin 0) symmetrisierte, gegen Austausch der Valenznukleonen antisymmetrisierte, d.h. insgesamt gegen Austausch der beiden ^{13}C -Kerne antisymmetrisierte Wellenfunktion (2.19) explizit angegeben wird — die Wellenfunktion für das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System, das in einen ^{12}C - und ^{16}O -Core mit einem Valenzneutron zerlegt wird, muß keine der eben genannten Symmetrien erfüllen — wollen wir zeigen, wie die Wellenfunktionen der Valenzneutronen, aus denen sich $\check{\Phi}_{s\alpha(J)M}$ zusammensetzt, aus Zweizentren-Wellenfunktionen aufgebaut werden.

2.2.1 Aufbau der Einteilchenwellenfunktionen aus Eigenfunktionen des Zweizentren-Hamilton-Operators

Das Zweizentren-Schalenmodell wurde ursprünglich zur Beschreibung nuklearer Spaltprozesse entwickelt. Es verknüpft die Schalenmodellpotentiale der beiden Kerne zu einem allen Nukleonen gemeinsamen Zweizentren-Potential. Holzer *et al.* /Hol69/ lösten zunächst die Schrödinger-

Gleichung für ein Doppeloszillatorpotential. Die analytisch angebbaren Eigenfunktionen des symmetrischen Zweizentren-Oszillators benutzten dann Scharnweber *et al.* /Sch71/ als Basis zur Diagonalisation von $\vec{l} \cdot \vec{s}$ - und $\vec{l}^2$ -Zusatzpotentialtermen. Maruhn und Greiner /Mar72/ schließlich erweiterten das Zweizentren-Schalenmodell auf voll asymmetrische Kernformen mit frei wählbaren Deformationen der Fragmente. Der entsprechende Zweizentren-Hamilton-Operator hat in Zylinderkoordinaten (z, ρ, φ) ³ die Form /Mar72/

$$h_{\text{TCSH}} = t + V_{\text{TCSH}} = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + V(\rho, z; z_1, z_2) + V_{\text{ls}}(\vec{r}, \vec{p}, \vec{s}) + V_{\text{ls}^2}(\vec{r}, \vec{p}) \quad (2.20)$$

mit dem ortsabhängigen Potential

$$V(\rho, z; z_1, z_2) = \begin{cases} \frac{1}{2} M \omega_{z_1}^2 z'^2 + \frac{1}{2} M \omega_{\rho_1}^2 \rho^2 & z \leq z_1 \\ \frac{1}{2} M \omega_{z_1}^2 z'^2 (1 + c_1 z' + d_1 z'^2) + \frac{1}{2} M \omega_{\rho_1}^2 (1 + g_1 z'^2) \rho^2 & z_1 < z < 0 \\ \frac{1}{2} M \omega_{z_2}^2 z'^2 (1 + c_2 z' + d_2 z'^2) + \frac{1}{2} M \omega_{\rho_2}^2 (1 + g_2 z'^2) \rho^2 & 0 < z < z_2 \\ \frac{1}{2} M \omega_{z_2}^2 z'^2 + \frac{1}{2} M \omega_{\rho_2}^2 \rho^2 & z \geq z_2 \end{cases} \quad (2.20a)$$

wobei

$$z' = \begin{cases} z - z_1 & z < 0 \\ z - z_2 & z > 0 \end{cases} \quad (2.20b)$$

und impulsabhängigen Potentialteilen, bestehend aus einem Spin-Bahn-

³Ogleich der Zweizentren-Hamilton-Operator im körperfesten Kern-Kern-System formuliert wird, lassen wir aus Gründen der Übersichtlichkeit in diesem Abschnitt die Striche an den Koordinaten fort.

Kopplungsterm

$$V_{ls}(\vec{r}, \vec{p}, \vec{s}) = \begin{cases} -\left\{ \frac{\hbar K_1}{M\omega_{o1}}, (\vec{\nabla} V \times \vec{p}) \cdot \vec{s} \right\} & z < 0 \\ -\left\{ \frac{\hbar K_2}{M\omega_{o2}}, (\vec{\nabla} V \times \vec{p}) \cdot \vec{s} \right\} & z > 0 \end{cases} \quad (2.20c)$$

und einem l^2 -ähnlichen Beitrag mit $\langle l^2 \rangle$ -Korrektur:

$$V_{l^2}(\vec{r}, \vec{p}) = \begin{cases} -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\hbar K_1 \mu_1}{M^2 \omega_{o1}^3}, \vec{l}^2 \right\}_{\text{sym.}} + \hbar K_1 \mu_1 \omega_{o1} (N_1 + 3) N_1 / 2 \delta_{if} & z < 0 \\ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\hbar K_2 \mu_2}{M^2 \omega_{o2}^3}, \vec{l}^2 \right\}_{\text{sym.}} + \hbar K_2 \mu_2 \omega_{o2} (N_2 + 3) N_2 / 2 \delta_{if} & z > 0 \end{cases} \quad (2.20d)$$

Der Index 1 bzw. 2 entspricht dem linken ($z < 0$) bzw. rechten ($z > 0$) Oszillator mit dem Zentrum z_1 bzw. z_2 . Abbildung 2.2 zeigt den ortsabhängigen Teil des Zweizentren-Potentiales (2.20a) in seinem Verlauf entlang der z' -Achse zusammen mit der zugehörigen Kernoberfläche. Zur Festlegung der in (2.20a) auftretenden Parameter des ortsabhängigen Zweizentren-Potentiales genügen fünf Deformationsparameter, die in Abbildung 2.2 veranschaulicht sind:

$$\beta_i = \frac{a_i}{b_i} \quad i = 1, 2, \quad (2.21a)$$

$$\eta = \frac{a_1 b_1^2 - a_2 b_2^2}{a_1 b_1^2 + a_2 b_2^2}, \quad (2.21b)$$

$$2\lambda R = a_1 + a_2 + (z_2 - z_1) \quad \text{mit } R = r_o A^{1/3}. \quad (2.21c)$$

Die Deformationsparameter β_i (2.21a) bestimmen das Achsenverhältnis der ellipsoidähnlichen Fragmente. Wir werden mit sphäroidalen Fragmenten

rechnen, d.h. β_i also gleich 1 setzen. Die Asymmetrie η (2.21b) wird über das Volumenverhältnis der zu vollständigen Ellipsoiden ergänzten Fragmente bestimmt. Die Gesamtlänge des Systems (2.21c) wird in Einheiten des Durchmessers des als sphärisch angenommenen Compoundkerns gemessen. Den für uns relevanten Relativabstand r der beiden Kernschwerpunkte werden wir gleich dem Zweizentren-Abstand ($z_2 - z_1$) setzen. Diese Näherung wird für kleiner werdende Relativabstände, also größer werdenden Überlapp der Fragmente, immer schlechter. Allerdings werden unsere späteren Rechnungen zeigen, daß die Kopplungen, die sich aus der expliziten Mitnahme der Valenznukleonen ergeben, hauptsächlich für Relativabstände im Oberflächenbereich des optischen Potentials beitragen. Der fünfte, noch vorzugebende Parameter ist der sogenannte Neckparameter ϵ , der ein Maß für die Dicke des Halses ist, der die beiden Oszillatorpotentiale verbindet. Er wird durch (siehe auch Abb. 2.2)

$$\epsilon = \frac{E_0}{E'} \quad (2.22)$$

festgelegt, wobei E_0 die tatsächliche Barrierenhöhe ist und

$$E' = \frac{1}{2} M \omega_{z_1}^2 z_1^2 = \frac{1}{2} M \omega_{z_2}^2 z_2^2 \quad (2.23)$$

die Barriere des Zweizentren-Oszillators bezeichnet. Im Zweizentren-Modell liegt die Barriere immer an derselben Stelle ($z = 0$). Das bedeutet aber, daß sich für asymmetrische Systeme die Lage des Schwerpunktes des Systems für verschiedene Relativabstände verschiebt (dies muß bei Berechnung der Matrixelemente berücksichtigt werden; siehe Anhang D). Für $\eta = 0, \epsilon = 0, \beta_1 = \beta_2 = \lambda^{\frac{2}{3}}$ geht das Zweizentren-Modell in das Nilsson-Modell /Nil55/ über. Dem $\vec{l}$ -Operator des Nilsson-Modells entspricht hier der in dem Spin-Bahn-Kopplungsterm (2.20c) auftretende Ausdruck $\frac{\vec{\nabla} V \times \vec{p}}{M\omega_0^2}$.

Der $\vec{l}^2$ -Term (2.20d) ist von Scharnweber /Sch71/ übernommen worden, weil der verallgemeinerte Term mit $(\vec{\nabla} V \times \vec{p})^2$ nicht zu vernünftigen Spektren deformierter Kerne führt. Kernstrukturrechnungen im Nilsson-Modell zeigen, daß die die Stärke der $\vec{l} \cdot \vec{s}$ - und $\vec{l}^2$ -Terme bestimmenden Parameter κ, μ A-abhängig sind. Im Zweizentren-Schalenmodell haben somit κ, μ für die beiden Oszillatoren je nach enthaltener Teilchenzahl verschiedene Werte, sind also im asymmetrischen Fall bei $z = 0$ unstetig und vertauschen dann nicht mehr mit dem Impulsoperator. Deshalb wurde in den impulsabhängigen Termen (2.20c,d) der durch geschweifte Klammern gekennzeichnete Antikommu-

tator verwendet, um die Hermitezität des Zweizentren-Hamilton-Operators zu erhalten. Der Index *sym* am im $\bar{l}^2$ -Term (2.20d) stehenden Antikommutator soll andeuten, daß die entsprechenden Matrixelemente darüberhinaus noch einzeln zu symmetrisieren sind (wegen der Unstetigkeit des verwendeten l^2 -Operators, der sich auf die Zentren z_1 bzw. z_2 bezieht, bei $z = 0$). Die Matrixelemente vom zweiten Summanden im l^2 -Potential (2.20d) sind nur diagonal zu nehmen (angedeutet durch δ_{if}), wobei die $N_i = n_{z_i} + N_\rho$ (s.u.) das Analogon zur Hauptquantenzahl N des sphärischen Schalenmodells sind.

Da das Zweizentren-Schalenmodell für $r \rightarrow 0$ und $r \rightarrow \infty$ verschiedene Kerne beschreibt, müssen die asymptotisch definierten κ - und μ -Werte für endliche Zweizentren-Abstände interpoliert werden. Ein eindeutiges Verfahren zur Bestimmung dieser Interpolationsvorschrift gibt es nicht. Da wir mit einer im wesentlichen⁴ festen Massenasymmetrie rechnen, bietet sich die von Scharnweber *et al.* /Sch71/ vorgeschlagene Interpolationsvorschrift

$$\kappa_i = \kappa_i^{(i)} + \frac{\omega_{oi} - \omega_{oi}^{(i)}}{\omega_o^{(f)} - \omega_{oi}^{(i)}} (\kappa^{(f)} - \kappa_i^{(i)}), \quad i=1,2 \quad (2.24a)$$

$$\mu_i = \mu_i^{(i)} + \frac{\omega_{oi} - \omega_{oi}^{(i)}}{\omega_o^{(f)} - \omega_{oi}^{(i)}} (\mu^{(f)} - \mu_i^{(i)}), \quad i=1,2 \quad (2.24b)$$

an. Hierbei bezeichnet der obere Index (i) bzw. (f) die asymptotischen Werte für $r \rightarrow \infty$ und $r = 0$, der untere Index wieder die beiden Seiten

⁴Um bei endlicher Massenasymmetrie η unsinnige Kernformen bei sehr klein werdendem Zweizentren-Abstand zu vermeiden, lassen wir im asymmetrischen Fall für klein werdende r η linear in r gegen 0 gehen. Diese Interpolation von η hat auf unsere späteren Ergebnisse in den Streurechnungen keinen Einfluß, da sie erst bei kleinem r ($\simeq 3-4$ fm) einsetzt, einem r -Bereich, den die Streuwellenfunktion aufgrund der Dämpfung durch den Imaginärteil des diagonalen optischen Potentials nicht erreichen kann..

($z < 0, z > 0$). Die Oszillatorkonstanten ω_{0i} bestimmen sich aus

$$\hbar \omega_{0i} = \frac{\hbar \omega_0^{(f)} \cdot A^{1/3}}{A_i^{1/3}}, \quad (A_i = \frac{a_i b_i^2}{r_0^3}) \quad (2.25)$$

wobei

$$\hbar \omega_0^{(f)} = C \cdot A^{-1/3} \quad \text{mit } C = 41 \text{ MeV} \quad (2.26)$$

diejenige Oszillatorkonstante eines sphärischen Oszillators für den vereinigten Kern ist, für die der mittlere quadratische Radius der aus den besetzten Oszillatorzuständen berechneten nuklearen Dichte gleich dem empirisch bekannten Dichteradius

$$R_0 = r_0 A^{1/3} \quad \text{mit } r_0 = 1.2249 \text{ fm} \quad (2.27)$$

ist. Das Volumen dieses sphärischen Gesamtkerns ist dann durch

$$W_0 = \frac{4\pi}{3} R_0^3 \quad (2.28)$$

gegeben. In diesem Sinne werden die im Zweizentren-Potential vorkommenden Frequenzen zum einen durch die Annahme festgelegt, daß das Oberflächenpotential V_0 des Kerns unabhängig von der Deformation und somit gleich dem Wert des sphärischen Kerns ist. Die Äquipotentialfläche mit dem Wert

$$V_0 = \frac{1}{2} M \omega_0^{(f)2} R_0^2 = \frac{1}{2} M \omega_{zi}^2 a_i^2 = \frac{1}{2} M \omega_{\rho i}^2 b_i^2 \quad (2.29)$$

bestimmt also die Kernoberfläche. Zum anderen wird in der adiabatischen Näherung gefordert, daß für alle Zweizentren-Abstände immer das

von derselben Äquipotentialfläche (2.29) eingeschlossene Volumen konstant bleibt und gleich W_0 (2.28) ist ('Oberflächenvolumenerhaltung'). In der Sudden-Näherung sind die Oszillatorkonstanten des Zweizentren-Potentials unabhängig vom Zweizentren-Abstand, behalten also ihre in der Asymptotik bestimmten Werte. Angaben darüber, welchen Einfluß die Wahl der adiabatischen oder Sudden-Näherung in den Zweizentren-Rechnungen auf die berechneten Wirkungsquerschnitte hat, finden sich in den Abschnitten 3.1.2 und 3.2.2.

Der Hamilton-Operator (2.20) wird in der Basis, die die Eigenfunktionen des Zweizentren-Oszillators /Hol69/ bilden, diagonalisiert. Der entsprechende Hamilton-Operator h_0 ergibt sich als Spezialfall des Zweizentren-Hamilton-Operators (2.20):

$$\begin{aligned} h_0 &= h_{\text{TCSH}} \left(c_i = d_i = g_i = 0, \varepsilon = 1, x_i = 0, \omega_p = (\omega_{p1} + \omega_{p2})/2 \right) \\ &= -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + \frac{M}{2} \omega_{z_i}^2 z'^2 + \frac{M}{2} \omega_p^2 \rho^2. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Die normierten Eigenfunktionen dieses Operators

$$h_0 |n_z n_p m\rangle = \epsilon_{n_z n_p |m|} |n_z n_p m\rangle \quad (2.31)$$

schreiben sich in Zylinderkoordinaten als

$$\langle \rho \varphi z | n_z n_p m \rangle = \varphi_{n_z}(z) \chi_{n_p}^{|m|}(\rho) \gamma_m(\varphi) \quad (2.32)$$

mit

$$\varphi_{n_z}(z) = \begin{cases} N_{z_1}^{-1} \mathcal{U}\left(-n_{z_1} - \frac{1}{2}, -\sqrt{2k_{z_1}}(z-z_1)\right) & z < 0 \\ N_{z_2}^{-1} \mathcal{U}\left(-n_{z_2} - \frac{1}{2}, +\sqrt{2k_{z_2}}(z-z_2)\right) & z > 0, \end{cases} \quad (2.32a)$$

wobei $k_{z_i} = \frac{M\hbar}{\omega_{z_i}}$,

$$\chi_{n_\rho}^{|m|}(\rho) = \sqrt{\frac{2n_\rho!}{(|m|+n_\rho)!}} k_\rho^{\frac{|m|+1}{2}} e^{-\frac{1}{2}k_\rho\rho^2} \rho^{|m|} L_{n_\rho}^{|m|}(k_\rho\rho^2), \quad (2.32b)$$

wobei $k_\rho = \frac{M\omega_\rho}{\hbar}$, und

$$\eta_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi}. \quad (2.32c)$$

N_{z_1}, N_{z_2} sind Normierungskonstanten, $\mathcal{U}(a, x)$ parabolische Zylinderfunktionen und $L_n^\alpha(x)$ bezeichnet Laguerresche Polynome. Die Quantenzahl der z -Komponente des Drehimpulses m nimmt alle ganzzahligen Werte an, während die radiale Quantenzahl n_ρ immer eine nichtnegative ganze Zahl ist. Die Quantenzahl n_z ist auf beiden Seiten verschieden, wobei n_{z_1} und n_{z_2} über die Einteilchenenergie

$$\epsilon_{n_z n_\rho |m|} = \hbar\omega_{z_i} \left(n_{z_i} + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_\rho (2n_\rho + |m| + 1) \quad (2.33)$$

miteinander verknüpft sind. Zur Diagonalisation von (2.20) werden die Wellenfunktionen (2.32) noch durch Spinfunktionen $|m_s\rangle$ ($m_s = \pm\frac{1}{2}$) ergänzt und

anstelle von n_ρ die neue Quantenzahl

$$N_\rho = 2n_\rho + |m| \quad (2.34)$$

eingeführt. Die Basisfunktionen lauten somit

$$|n_z, N_\rho, m, m_s\rangle = (-1)^{\frac{1}{2}(m+|m|)} |n_z, \frac{N_\rho - |m|}{2}, m\rangle |m_s\rangle, \quad (2.35)$$

deren Ortsdarstellung in Zylinderkoordinaten wir mit

$$\Psi_\beta(\rho, \varphi, z; z_1, z_2) = \langle \rho \varphi z | n_z, N_\rho, m, m_s \rangle \quad (2.36)$$

bezeichnen, wobei

$$\beta = \{n_z, N_\rho, m, m_s = \Omega - m\} \quad (2.36a)$$

$$\Omega = m + m_s \quad (2.36b)$$

sind. Aufgrund der Rotationssymmetrie des Zweizentren-Hamilton-Operators (2.20) um die körperfeste z -Achse vertauscht er mit der z -Komponente des (intrinsischen) Drehimpulses j

$$j_z = \ell_z + s_z, \quad (2.37)$$

dessen Eigenwerte durch (2.36b) gegeben sind. (2.20) kann also in Unterräumen zu festem Ω diagonalisiert werden.

Für symmetrische Kern-Kern-Systeme ist zudem der Zweizentren-Hamilton-Operator (2.20) symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs,

so daß zusätzlich die Parität eine gute Quantenzahl ist. Damit lassen sich die durch Diagonalisation in der Basis (2.35) gewonnenen Eigenfunktionen des Zweizentren-Hamilton-Operators (2.20) allgemein schreiben als

$$h_{\text{TCSM}} \psi_{\lambda(j)\Omega} = \epsilon_{\lambda(j)|\Omega|} \psi_{\lambda(j)\Omega} , \quad (2.38)$$

bzw. im symmetrischen Fall

$$h_{\text{STCSM}} \chi_{\lambda(j)\Omega}^{g,u} = \epsilon_{\lambda(j)|\Omega|}^{g,u} \chi_{\lambda(j)\Omega}^{g,u} \quad (2.39)$$

mit

$$\psi_{\lambda(j)\Omega} = \sum_{\beta} \alpha_{\lambda(j)\Omega,\beta}(z_1, z_2) \psi_{\beta}(\rho, \varphi, z; z_1, z_2), \quad (2.40)$$

$$\chi_{\lambda(j)\Omega}^{g,u} = \sum_{\beta} \alpha_{\lambda(j)\Omega,\beta}^{g,u}(z_0) \psi_{\beta}(\rho, \varphi, z; z_0) \quad (2.41)$$

$$(z_0 = z_2 = -z_1).$$

Der Index λ zählt die zu dem Drehimpuls j gehörenden Zustände ab. Der Drehimpuls j ist nur asymptotisch eine gute Quantenzahl, was durch die Klammern um j angedeutet ist. Asymptotisch geht λ in die übliche Schalenkennzeichnung über. Für ein symmetrisches Zweizentren-Potential kennzeichnet der obere Index u, g zusätzlich die ungerade und die gerade Parität der Zustände. Die durch Diagonalisation von (2.38, 2.39) gewonnenen Zustände (2.40, 2.41) sind nur bis auf das Vorzeichen bestimmt. Im Hinblick auf den Aufbau der Einteilchenwellenfunktionen aus Zweizentren-eigenfunktionen fordern wir im symmetrischen Fall, daß

$$\chi_{\lambda(j)\Omega}^g \xrightarrow{z_0 \rightarrow \infty} \chi_{\lambda(j)\Omega}^u, \quad z' > 0. \quad (2.42)$$

Der Grund hierfür wird gleich klar werden. Zuvor bemerken wir noch, daß das Zweizentren-Schalenmodell für $r \rightarrow \infty$ bzw. $r = 0$ in das Nilsson-Modell

übergeht. Im asymptotischen Limes ($r \rightarrow \infty$) sind die Wellenfunktionen des asymmetrischen Zweizentren-Schalenmodells an einem Zentrum lokalisiert und sind dabei Eigenfunktionen des Nilsson-Hamilton-Operators des entsprechenden Kernes. Die Wellenfunktionen des symmetrischen Zweizentren-Schalenmodells lassen sich asymptotisch als Überlagerung entsprechender Eigenfunktionen von jeweils bei $+z_0$ und $-z_0$ angeordneten Nilsson-Hamilton-Operatoren darstellen. Es ist also

$$\varphi_{\lambda(j)\Omega} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \varphi_{\delta\Omega}^{\text{Nilsson}} \quad (\text{im asymmetrischen Fall}) \quad (2.43a)$$

und

$$\chi_{\lambda(j)\Omega}^{g,u} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\varphi_{\delta\Omega}^{\text{Nilsson}}(\vec{r} - z_0 \vec{e}_z) \pm (-1)^l \varphi_{\delta\Omega}^{\text{Nilsson}}(\vec{r} + z_0 \vec{e}_z) \right] \quad (\text{im symmetrischen Fall}) \quad (2.43b)$$

Dabei ist $(-1)^l$ die Parität der Eigenfunktionen $\varphi_{\delta\Omega}^{\text{Nilsson}}$ bezüglich des Oszillatorzentrums. δ bezeichnet neben Ω die Quantenzahlen des Nilsson-Modells. Während also für asymmetrische Kern-Kern-Systeme die Einteilchenwellenfunktionen ϕ direkt durch die Eigenfunktionen (2.40) gegeben sind, müssen im symmetrischen Fall die Zweizentren-Eigenfunktionen zu gerader und ungerader Parität geeignet überlagert werden, um asymptotisch an einem Kernzentrum lokalisierte Einteilchenwellenfunktionen zu erhalten. D.h. im asymmetrischen Fall gilt einfach ⁵

$$\phi_{\lambda(j)\Omega} = \varphi_{\lambda(j)\Omega} \quad (2.44)$$

und im symmetrischen System ergibt sich unter Beachtung von (2.42) und

⁵Wir müssen hier allerdings im Hinblick auf die spätere Berechnung von Matrixelementen dieser Wellenfunktionen im Auge behalten, daß wir das intrinsische Koordinatensystem bezüglich des Schwerpunktes des gesamten Systems definiert haben, der im asymmetrischen Zweizentren-Schalenmodell nicht mit dem dort gewählten Koordinatenursprung an der Barriere zusammenfällt. Beide Koordinatensysteme sind dann nur bis auf eine Translation entlang der intrinsischen z' -Achse äquivalent.

(2.43b)

$$\phi_{\lambda(j)\Omega}(\vec{r}', +\frac{r}{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\chi_{\lambda(j)\Omega}^g(\vec{r}') + \chi_{\lambda(j)\Omega}^u(\vec{r}') \right], \quad (2.45a)$$

$$\phi_{\lambda(j)\Omega}(\vec{r}', -\frac{r}{2}) = \frac{(-1)^{l_\infty}}{\sqrt{2}} \left[\chi_{\lambda(j)\Omega}^g(\vec{r}') - \chi_{\lambda(j)\Omega}^u(\vec{r}') \right] \quad (2.45b)$$

für die an den Zentren $+\frac{r}{2} \cdot \vec{e}_z$ (2.45a) bzw. $-\frac{r}{2} \cdot \vec{e}_z$ (2.45b) lokalisierte Einteilchenwellenfunktion. Der Phasenfaktor $(-1)^{l_\infty}$ ist die Parität der asymptotischen Einteilchenwellenfunktionen (2.45) bezüglich der Oszillatorzentren $\pm \frac{r}{2} \vec{e}_z$ (s. 2.43b), wobei l_∞ die asymptotische Bahndrehimpulsquantenzahl ist. Die so definierten Einteilchenwellenfunktionen bilden aufgrund der Orthonormalität der zugrunde liegenden Zweizentren-Wellenfunktionen ebenfalls ein Orthonormalsystem:

$$\int \phi_{\lambda(j)\Omega}(\vec{r}', \frac{r}{2}) \phi_{\lambda'(j')\Omega'}(\vec{r}', \pm \frac{r}{2}) d\tau' = \frac{(1 \pm 1)}{2} \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{jj'} \delta_{\Omega\Omega'}. \quad (2.46)$$

Die asymptotischen Eigenschaften der Zweizentren-Wellenfunktionen (2.43) erlauben es, für die Nilsson-Eigenfunktionen bekannte Eigenschaften (s. /Eis70/) auf die Einteilchenwellenfunktionen zu übertragen:

$$\phi_{\lambda(j)\Omega} = (-1)^{\ell + \frac{1}{2} - j} \phi_{\lambda(j) - \Omega} \quad (2.47)$$

und im symmetrischen Zweizentren-Schalenmodell liefert ⁶

$$\hat{R}_1 \phi_{\lambda(j)\Omega}(\vec{r}', \pm \frac{r}{2}) = (-1)^j \phi_{\lambda(j)\Omega}(\vec{r}', \mp \frac{r}{2}), \quad (2.48)$$

wobei die $\hat{R}_1$ -Transformation bezüglich des Schwerpunktes des symmetri-

⁶Asymptotisch sind die Einteilchenwellenfunktionen ϕ Eigenfunktionen zu gutem Spin

schen Kern-Kern-Systems, der mit dem Koordinatenursprung des symmetrischen Zweizentren-Schalenmodells zusammenfällt, ausgeführt werden soll. Diese so ausgeführte $\hat{R}_1$ -Transformation hat den gleichen Effekt wie die im Nilsson-Modell bezüglich des Zentrums des Nilsson-Oszillators ausgeführte, nur daß im Zweizentren-Fall die so transformierte Wellenfunktion zusätzlich das Kernzentrum wechselt.

2.2.2 Die Wellenfunktionen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - und $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System

Die Wellenfunktion für das System $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$, zusammengesetzt aus zwei gleichen Cores und zwei Valenznukleonen, ist gegen Core-Austausch zu symmetrisieren (die Cores tragen keinen Spin) und gegen Austausch der Nukleonen zu antisymmetrisieren. Letzteres haben wir in der Gleichung (2.19) für die im intrinsischen System definierte Wellenfunktion durch den Antisymmetrisierungsoperator $\mathcal{A}(1,2)$ schon berücksichtigt. Wenden wir die $\hat{R}_1$ -Transformation, der ein Austausch der Cores entspricht, auf die Wellenfunktion (2.19) an, so läßt sich die vollständig antisymmetrisierte Wellenfunktion

und es gilt:

$$\phi_{j\Omega} = \sum_m D_{m\Omega}^j \phi_{jm}^{\text{Lab}},$$

also

$$\hat{R}_1 \phi_{j\Omega} = \sum_m \left(\hat{R}_1 D_{m\Omega}^j \right) \phi_{jm}^{\text{Lab}},$$

da $\hat{R}_1$ nur auf die intrinsischen Achsen wirkt, die im Laborsystem definierte Wellenfunktion ϕ^{Lab} also unverändert läßt. Mit /Eis70/

$$\hat{R}_1 D_{m\Omega}^j = (-1)^j D_{m-\Omega}^j$$

folgt (2.48).

für dieses System schreiben als

$$\Psi_{IM} = \Psi_{IM} + \hat{R}_1 \Psi_{IM} \quad (2.49)$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{R}_1 \Psi_{IM} &= A(1,2) \sum_{s, \alpha, J, M', \ell} R_{s\alpha \ell J I} (r_s) i^\ell \left(\frac{2\ell+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \\ &\times (l_0 JM' | IM') \hat{R}_1 \left[\mathcal{D}_{MM'}^{I*}(\phi_s, \theta_s, \psi_s) \tilde{\Phi}_{s\alpha(J)M'} \right] \end{aligned} \quad (2.50)$$

und den (noch nicht normierten) Wellenfunktionen

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{s\alpha(J)M} &= N \sum_{\Omega_1, \Omega_2} (j_1 \Omega_1 j_2 \Omega_2 | JM) \phi_{\lambda_1(j_1)\Omega_1} \phi_{\lambda_2(j_2)\Omega_2} \\ &= N \left[\phi_{\alpha_1}(\vec{r}'_{1c.m.}, \frac{r_s}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}'_{2c.m.}, (-1)^{s+1} \frac{r_s}{2}) \right]_M^{[J]}, \end{aligned} \quad (2.51)$$

mit dem Normierungsfaktor N , und den Abkürzungen $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2\}$, $\alpha_i = \{\lambda_i(j_i)\}$, sowie $s = 0, 1$. Die Menge α soll geordnet sein (' $\alpha_1 \leq \alpha_2$ '), um die Orthogonalität der Wellenfunktionen (2.51) sicher zu stellen

$(\langle \tilde{\Phi}_{s\alpha(J)M} | \tilde{\Phi}_{s\bar{\alpha}(J)M} \rangle \neq 0 \text{ für } \bar{\alpha} = \{\alpha_2, \alpha_1\})$. Nach /Eis70/ ist nun

$$\hat{R}_1 D_{HH'}^{I*} = (-1)^{I-2K} D_{H-K}^{I*} \quad (2.52)$$

und mit (2.48) ergibt sich für

$$\begin{aligned} \hat{R}_1 \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)M} &= N \sum_{\Omega_1, \Omega_2} (j_1 \Omega_1 j_2 \Omega_2 | \gamma M) (-1)^{j_1} \phi_{\lambda_1(j_1) - \Omega_1}(\vec{r}'_{1c.m.}, -\frac{r_s}{2}) \\ &\quad \times (-1)^{j_2} \phi_{\lambda_2(j_2) - \Omega_2}(\vec{r}'_{2c.m.}, (-1)^s \frac{r_s}{2}) \\ &= N \sum_{\Omega_1, \Omega_2} (j_1 -\Omega_1 j_2 -\Omega_2 | \gamma -M) (-1)^{2(j_1+j_2)-\gamma} \\ &\quad \times \phi_{\lambda_1(j_1) - \Omega_1}(\vec{r}'_{1c.m.}, -\frac{r_s}{2}) \phi_{\lambda_2(j_2) - \Omega_2}(\vec{r}'_{2c.m.}, (-1)^s \frac{r_s}{2}). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Nach Umbenennung der magnetischen Quantenzahlen ($-M \rightarrow M$ u.s.w.) können wir für (2.53) auch schreiben

$$\hat{R}_1 \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)M} = (-1)^{2(j_1+j_2)-\gamma} \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)-M}, \quad (2.54)$$

wobei der Strich über $\tilde{\Phi}$ den Austausch der Kernzentren kennzeichnen soll.

Durch Einsetzen von (2.52) und (2.53) geht (2.50) in folgende Form über

$$\begin{aligned}
 \hat{R}_1 \bar{\Psi}_{IM} &= A(1,2) \sum_{s,\alpha,\ell,\gamma} R_{s\alpha\ell\gamma I}(\tau_s) i^\ell \left(\frac{2\ell+1}{8\tau^2} \right)^{1/2} \\
 &\times \sum_{M'} (\ell 0 \gamma M' | IM') (-1)^{I-2M'} (-1)^{2(j_1+j_2)-\gamma} \\
 &\times \mathcal{D}_{M-M'}^{I*} \bar{\Phi}_{s\alpha(\gamma)-M'}^{\sim} \\
 &= A(1,2) \sum_{s,\alpha,\ell,\gamma} R_{s\alpha\ell\gamma I}(\tau_s) i^\ell \left(\frac{2\ell+1}{8\tau^2} \right)^{1/2} \\
 &\times \sum_{M'} (\ell 0 \gamma -M' | I-M') (-1)^{\ell+\gamma-I} (-1)^{I-2M'} \\
 &\times (-1)^{2(j_1+j_2)-\gamma} \mathcal{D}_{M-M'}^{I*} \bar{\Phi}_{s\alpha(\gamma)-M'}^{\sim} \quad (2.56)
 \end{aligned}$$

Benennen wir wieder $-M' \rightarrow M'$ um und berücksichtigen, daß wir im $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System nur Einteilchenzustände mit $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$ mitnehmen werden, können wir für die durch den Core-Austausch sich ergebende Wellenfunktion $\bar{\Psi}_{IM}$ schreiben

$$\hat{R}_1 \bar{\Psi}_{IM} = (-1)^\ell \bar{\Psi}_{IM} \quad \left(\text{für } j_1 = j_2 = \frac{1}{2} \right). \quad (2.57)$$

Fassen wir zusammen: die Wellenfunktion Ψ_{IM} (2.49) besteht aus vier Teilen: dem direkten und dem aufgrund der Antisymmetrisierung gegen Teilchen- (d.h. Valenznukleonen-) Austausch sich ergebenden (Teilchen-) Austausch-term, sowie zwei weiteren Termen, in denen die Cores ausgetauscht sind, was für $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$ nach (2.57) einen zusätzlichen Phasenfaktor $(-1)^\ell$ liefert.

Gleichung (2.49) für Ψ_{IM} lautet somit explizit:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{IH} = & \sum_{s, \alpha, l, \gamma} \left(\frac{2l+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} i^l R_{s\alpha l \gamma I}(\vec{r}_s) \\ & \times \sum_{H'} (l 0 \gamma H' / I H') D_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)H'}^A \end{aligned} \quad (2.58a)$$

$$\text{mit } \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)H}^A = A(1,2) \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)H}, \quad (2.58b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{s\alpha(\gamma)H}^A(1,2,\vec{r}_s) = & \frac{1}{2(1+\delta_{\alpha_1\alpha_2})^{1/2}} \left\{ \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_{1c.m.}, \frac{\vec{r}_s}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}_{2c.m.}, (-1)^{s+1} \frac{\vec{r}_s}{2}) \right. \\ & \left. - (-1)^l \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_{2c.m.}, -\frac{\vec{r}_s}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}_{1c.m.}, (-1)^s \frac{\vec{r}_s}{2}) \right\}_H^{[\gamma]}, \end{aligned} \quad (2.58c)$$

und

$$A(1,2) = \sqrt{2} \mathcal{A}(1,2) = 1 - \mathcal{P}_{1 \leftrightarrow 2}. \quad (2.58d)$$

In Gleichung (2.58a) sind die durch die Antisymmetrisierung gegen Teilchenaustausch hervorgerufenen Änderungen der Relativkoordinaten $\vec{r}_s$ vernachlässigt worden⁷, dadurch daß wir den Antisymmetrisierungsoperator $\mathcal{A}(1,2)$ mit den r_s -abhängigen Faktoren der Wellenfunktion (2.58a) vertauscht haben.

Die intrinsische Wellenfunktion $\tilde{\Phi}$ (2.58c) besteht aus dem direkten Term und dem Term für Kernaustausch (Teilchen- + Core-Austausch). Der Vorfaktor des zweiten Terms in (2.58c) setzt sich aus dem vom Core-Austausch herrührenden Faktor $(-1)^l$ (s. (2.57)) und einem Minuszeichen zusammen, in

⁷Nach Gleichung (2.3b) für die Relativkoordinaten $\vec{r}_s$, werden die Beiträge der Valenznukleonen mit $\frac{1}{A_i^{(s)}}$ gewichtet. D.h. für $N_i \ll C_i$, also entsprechend große Cores (e.g. $\frac{N_i}{C_i} \simeq .08$ für ^{13}C), können die Änderungen von r_s aufgrund von Vertauschungen der Einteilchenkoordinaten vernachlässigt werden.

dem sich die Antisymmetrie der Wellenfunktion gegen Austausch der Valenznukleonen niederschlägt. Die vollständig antisymmetrisierten intrinsischen Wellenfunktionen $\tilde{\Phi}^A$ (2.58b) bilden ein Orthonormalsystem mit der Norm ⁸

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\Phi}_{s\alpha(j)\ell H}^A | \tilde{\Phi}_{s'\alpha'(j')\ell'H'}^A \rangle = & \frac{1+(-1)^{\ell+\ell'}}{2(1+\delta_{\alpha_1\alpha_2})} \delta_{ss'} \delta_{jj'} \delta_{HH'} \\ & \times \left[\delta_{\alpha_1\alpha'_1} \delta_{\alpha_2\alpha'_2} - (-1)^{\ell(s+1)+j_1+j_2-j} \right. \\ & \left. \times \delta_{\alpha_1\alpha'_2} \delta_{\alpha_2\alpha'_1} \right]. \quad (2.59) \end{aligned}$$

Für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System mit $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$ und $s = 0$ garantiert der im zweiten Term von (2.59) auftretende Phasenfaktor die Einhaltung des Pauli-Prinzips bei Austausch der Spin $\frac{1}{2}$ - ^{13}C -Kerne: sind die zwei Kerne zum (antisymmetrischen) Singulettzustand mit $J = 0$ gekoppelt, sind nur gerade Drehimpulse erlaubt, bei der Kopplung zum (symmetrischen) Triplettzustand $J = 1$ darf der Bahndrehimpuls nur ungerade Werte annehmen, um die Antisymmetrie der Wellenfunktion gegen Kernaustausch sicher zu stellen.

Für ein Streusystem zweier Kerne mit ungleichen Cores und einem Valenznukleon — dieser Fall liegt in der Streuung von ^{17}O an ^{12}C vor — ist die Wellenfunktion (2.19) einfach gegeben durch

$$\begin{aligned} \Psi_{IH} = & \sum_{s,j,\ell} \left(\frac{2\ell+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} i^\ell R_{s\alpha\ell(j)I}(r_s) \\ & \times \sum_{\Omega} (\ell 0 j \Omega | I \Omega) D_{H\Omega}^{I*} \varphi_{j(j)\Omega}, \quad (2.60) \end{aligned}$$

d.h. im Falle nur eines Valenznukleons ist die intrinsische Wellenfunktion direkt durch die Einteilchenwellenfunktion gegeben, die im $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System Eigenfunktion des entsprechenden asymmetrischen $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -Zweizentren-Schalenmodells (2.44, 2.38) ist.

⁸Die Wellenfunktionen $\tilde{\Phi}$ (2.58c) sind wegen (2.58b,d) 'auf $\frac{1}{2}$ normiert'.

2.3 Die gekoppelten Kanalgleichungen

Die Projektion der stationären Schrödinger-Gleichung $H\Psi = E\Psi$ auf die Kanalwellenfunktionen führt auf die gekoppelten Kanalgleichungen. Da der Hamilton-Operator (2.13) und die Wellenfunktionen (2.19) von der Fragmentation s abhängen, benutzen wir den von Park *et al.* /Par79/ vorgeschlagenen Weg zur Behandlung des Transfers eines Nukleons. Hierzu schreiben wir zunächst die Wellenfunktionen (2.58) nach der Fragmentation getrennt auf:

$$\begin{aligned} \Psi_{IH} = & \sum_{K(s=0)} \frac{1}{r_{s=0}} u_{K(s=0)I}(r_{s=0}) \psi_{K(s=0)IH}^A \\ & + \sum_{K(s=1)} \frac{1}{r_{s=1}} u_{K(s=1)}(r_{s=1}) \psi_{K(s=1)IH}^A \end{aligned} \quad (2.61)$$

mit

$$\psi_{K(s)IH}^A = \left(\frac{2\ell+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \sum_{H'} (\log H' | IH') \bar{D}_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s)H'}^A \quad (2.62a)$$

$$u_{K(s)I} = i^\ell r R_{K(s)I}(r), \quad (2.62b)$$

$$K = \{s, \alpha, \ell, \gamma\}. \quad (2.62c)$$

Die Projektion

$$\langle [i^\ell Y_\ell \otimes \Phi_{K(s)}^A]_M^{[I]} | H - E | \Psi \rangle = 0 \quad (2.63)$$

für einen gegebenen totalen Drehimpuls I ergibt dann das folgende gekoppelte Differentialgleichungssystem für die Radialfunktionen ('gekoppelte Ka-

nalgleichungen')

$$\sum_{K'(s)} \mathbb{D}_{K(s), K'(s)}(\vec{r}_s) u_{K'(s)I}(\vec{r}_s) + \sum_{K'(\tilde{s})} \mathbb{D}_{K(s), K'(\tilde{s})}(\vec{r}_s) u_{K'(\tilde{s})I}(\vec{r}_s) = 0 \quad (2.64)$$

mit $s = 0$ oder 1 und $\tilde{s} \neq s$. Elastische und inelastische Streuungen werden durch den ersten Term, Transferreaktionen durch den zweiten Term von (2.64) beschrieben. Die Matrixelemente sind teilweise Differentialoperatoren und werden durch Integration über die Euler-Winkel und Einteilchenkoordinaten berechnet⁹

$$\begin{aligned} \mathbb{D}_{K(s), K'(s)} &= \int \psi_{K(s)IH}^{A*}(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_s) [H(s, \vec{r}_s) - E] \\ &\times \psi_{K'(s)IH}^A(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_s) d^3r_{1c.m.}' \dots d^3r_{Nc.m.}' d\Omega_s, \end{aligned} \quad (2.65a)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{D}_{K(s), K'(\tilde{s})} u_{K'(\tilde{s})I} &= \int \psi_{K(s)IH}^{A*}(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_s) [H(s, \vec{r}_s) - E] \\ &\times \psi_{K'(\tilde{s})IH}^A(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_{\tilde{s}}) u_{K'(\tilde{s})I}(\vec{r}_{\tilde{s}}) \\ &\times d^3r_{1c.m.}' \dots d^3r_{Nc.m.}' d\Omega_s \end{aligned} \quad (2.65b)$$

⁹Man beachte, daß bei der Transformation vom Laborsystem in das Schwerpunktsystem (s. Gleichung (2.3)) die Jacobi-Determinante in das Volumenelement $d\tau_s$ eingeht; z.B. ist für $N = 2$ $dr_{s=0} = \left[\frac{(C_1+1)(C_2+1)}{C_1 C_2} \right]^3 d^3R_{c.m.} d^3r_{s=0} d^3r_{1c.m.}' d^3r_{2c.m.}'$. Da die Jacobi-Determinante in unserem Fall aber immer eine bloße Konstante ist, kürzt sie sich aus den entsprechenden Integralen einfach heraus (s.o. (2.65) und (2.64)).

mit $N = 2$ oder 1 . In den Matrixelementen für Transferreaktionen (2.65b) hängen die im bra bzw. ket stehenden Wellenfunktionen von verschiedenen, in der jeweiligen Fragmentation s berechneten, Relativkoordinaten $\vec{r}_s$ ab. Die exakte Behandlung dieser Rückstoßeffekte erfordert die Einführung von Schiebeoperatoren, die durch

$$\psi_m(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) = S_s(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) \psi_m(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) \quad (2.66)$$

definiert sind und die Beziehung ($d\tau_s = d\tau_{\tilde{s}}$)

$$\begin{aligned} & \int \psi_n^*(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) \psi_m(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) d\tau_s \\ &= \int \psi_n^*(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) S_s(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) \\ & \quad \times \psi_m(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_s) d\tau_s \\ &= \left[\int \psi_n^*(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_{\tilde{s}}) S_{\tilde{s}}(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_{\tilde{s}}) \right. \\ & \quad \times \left. \psi_m(\vec{r}'_{1c.m.}, \dots, \vec{r}'_{Nc.m.}, \vec{r}_{\tilde{s}}) d\tau_{\tilde{s}} \right]^* \quad (2.67) \end{aligned}$$

erfüllen. Die allgemeine Form des Schiebe- oder auch Translations-Operators, der, angewendet auf einen Zustand, diesen um die Strecke $\vec{p}$ verschiebt, lautet

$$\hat{S} = e^{-\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{P}}, \quad (2.68)$$

wobei $\hat{P}$ der zur Koordinate kanonisch konjugierte Impuls ist. D.h. in unse-

rem Fall ist

$$S_s = e^{(\vec{r}_s' - \vec{r}_s) \cdot \vec{\nabla}_s} \quad (2.69)$$

Mit Hilfe dieses Schiebeoperators läßt sich das Transfermatrixelement (2.63b) auch schreiben als

$$\begin{aligned} \mathbb{D}_{K(s), K'(\tilde{s})} u_{K'(\tilde{s})I} &= \int \psi_{K(s)IM}^A(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_s) [H(s, \vec{r}_s) - E] \\ &\times S_s(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_s) \left\{ \psi_{K'(\tilde{s})IM}^A(\vec{r}_{1c.m.}', \dots, \vec{r}_{Nc.m.}', \vec{r}_s) u_{K'(\tilde{s})I}(\tilde{s}) \right\} \\ &\times d^3 r_{1c.m.}' \dots d^3 r_{Nc.m.}' d\Omega_s \quad (2.70) \end{aligned}$$

Der exakte mikroskopische Hamilton-Operator $\hat{H}$ kommutiert mit dem Schiebeoperator und es gilt

$$\hat{S}_s \hat{H}(\tilde{s}, \vec{r}_s) \hat{S}_s^\dagger = \hat{H}(s, \vec{r}_s) \quad (2.71)$$

also

$$\hat{S}_s \hat{H}(\tilde{s}, \vec{r}_s) = \hat{H}(s, \vec{r}_s) S_s \quad (2.72)$$

wegen der Unitarität des Translationsoperators. Der von uns benutzte Hamilton-Operator erfüllt die Beziehung (2.72) nicht exakt, da wir in der kinetischen Energie (2.13a) die letzten beiden Terme vernachlässigen und zudem die Potentiale aus effektiven Modellen bestimmt werden. Um dennoch die Hermitezität der Transfermatrixelemente (2.65b bzw. 2.70) sicher zu stellen (vom imaginären optischen Potential einmal abgesehen), schließen Park *et al.* /Par79/ vor, den Ausdruck $H(s, \vec{r}_s) S_s$ in (2.70) durch den

'gemittelten Ausdruck' HS (beachte 2.72)

$$H(s, \vec{r}_s) S_s \longrightarrow HS = \frac{1}{2} [S_s H(\vec{s}, \vec{r}_s) + H(s, \vec{r}_s) S_s] \quad (2.73)$$

zu ersetzen. Da die Differenz zwischen den Koordinaten $\vec{r}_{s=0}$ und $\vec{r}_{s=1}$ im $^{13}\text{C} + ^{13}\text{C}$ -System vergleichsweise (s. auch Fußnote zu Gl.(2.59)) klein ist, werden wir im weiteren die Näherung

$$S_s \longrightarrow 1 \quad (2.74)$$

verwenden, d.h. die Rückstoßeffekte vernachlässigen. Wir setzen also $\vec{r}_s = \vec{r}_{\bar{s}} = \vec{r}$ und können dann im Transfermatrixelement (2.70) die radiale Wellenfunktion $u_{K'(\bar{s})I}$ aus dem Integral herausziehen. Gemäß (2.73) reduziert sich der Hamilton-Operator im Transfermatrixelement in der Näherung (2.74) auf

$$\frac{1}{2} [H(s=0, \vec{r}) + H(s=1, \vec{r})]. \quad (2.75)$$

Im Fall zweier Valenznukleonen ($N = 2$) lauten die in den gekoppelten Ka-

nalgleichungen (2.64) auftretenden Matrixelemente somit explizit:

$$\begin{aligned}
 \mathbb{D}_{K(s), K'(s)} &= \delta_{K(s), K'(s)} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu_s} \frac{d^2}{dr^2} + \mathcal{U} + i\mathcal{W} - E \right\} \\
 &+ \sum_{M', M''} (-1)^{l-l'+M''-M'} (IM' J - M' | l 0) (IM'' J' - M'' | l' 0) \\
 &\times \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu_s} C_{K(s), K'(s)}^{\text{rad}}(s) + \frac{1}{2\mu_s r^2} C_{K(s), K'(s)}^{\text{rot}}(s) + \epsilon_{K(s), K'(s)} \right]
 \end{aligned} \tag{2.76}$$

mit

$$\begin{aligned}
 C_{K(s), K'(s')}^{\text{rad}}(s'') &= \delta_{M' M''} \left[2 \langle \tilde{\Phi}_{K(s) M'} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathbb{D}_{s''} \right) | \tilde{\Phi}_{K'(s') M'}^A \rangle \frac{d}{dr} + h.c. \right. \\
 &\quad \left. + \langle \tilde{\Phi}_{K(s) M'} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathbb{D}_{s''} \right)^2 | \tilde{\Phi}_{K'(s') M'}^A \rangle + h.c. \right],
 \end{aligned} \tag{2.76a}$$

$$C_{K(s), K'(s')}^{\text{rot}}(s'') = \frac{2I+1}{8\pi^2} \langle \mathbb{D}_{MM'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s) M'}^A | (\vec{I} - \vec{J}_{s''})^2 | \mathbb{D}_{MM''}^{I*} \tilde{\Phi}_{K'(s') M''}^A \rangle, \tag{2.76b}$$

$$\epsilon_{K(s), K'(s')} = \delta_{ss'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{M' M''} \langle \tilde{\Phi}_{K(s) M'}^A | \sum_{i=1}^2 h_{TCSM}^{(i)} | \tilde{\Phi}_{K'(s) M'}^A \rangle. \tag{2.76c}$$

Die Tranformatrixelemente haben unter Beachtung der Ersetzung des Hamilton-Operators durch den Ausdruck (2.75) und der Benutzung desselben Zweizentren-Schalenmodells in beiden Fragmentationen ¹⁰ die Form

$$\begin{aligned} \mathbb{D}_{K(s), K'(\tilde{s})} = & \sum_{H', H''} (-1)^{l-l'+H'-H''} (IH' \gamma - H' | l_0) (IH'' \gamma' - H'' | l'_0) \\ & \times \left\{ -\frac{\hbar^2}{4} \left[\frac{1}{\mu_{s=0}} C_{K(s), K'(\tilde{s})}^{\text{rad}}(s''=0) + \frac{1}{\mu_{s=1}} C_{K(s), K'(\tilde{s})}^{\text{rad}}(s''=1) \right] \right. \\ & \left. + \frac{1}{4r^2} \left[\frac{1}{\mu_{s=0}} C_{K(s), K'(\tilde{s})}^{\text{rot}}(s''=0) + \frac{1}{\mu_{s=1}} C_{K(s), K'(\tilde{s})}^{\text{rot}}(s''=1) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Wegen der Vernachlässigung der Rückstoßeffekte und der beiden letzten Terme in der kinetischen Energie (2.13a) des Hamilton-Operators haben wir in den radialen Matrixelementen (2.76a) die entsprechenden hermitesch konjugierten Terme hinzuaddiert, um die Hermitezität der gekoppelten Gleichungen zu gewährleisten. In (2.76a) wurde zudem der im bra-Vektor ursprünglich stehende Antisymmetrisierungsoperator $A(1, 2)$ ganz nach rechts durchgezogen, also mit den radialen Termen des Operators der kinetischen Energie vertauscht. Die dabei wegen der durch die Antisymmetrisierung bewirkten Änderung der Relativkoordinate entstehenden Zusatzterme¹¹ werden vernachlässigt. Da die Norm des Antisymmetrisierungsoperators $\mathcal{A}(1, 2)$ schon in den Wellenfunktionen $\tilde{\Phi}$ steckt (s. (2.58b, d)), also $A \tilde{\Phi}^A = 2 \tilde{\Phi}^A$ ist, kompensiert sich dieser Faktor 2 mit dem durch die Addition des hermitesch konjugierten Ausdrucks hinzukommenden Faktor $\frac{1}{2}$ ($\hat{O} \rightarrow \frac{1}{2}(\hat{O} + \hat{O}^\dagger)$). Für ein Streusystem mit nur einem Valenznukleon ($N = 1$), in dem die Antisymmetrisierung natürlich entfällt, bleibt der durch die Hermitesierung hinzukommende Faktor $\frac{1}{2}$ in den zu (2.76a) ansonsten völlig analogen radialen

¹⁰Bei Verwendung von der jeweiligen Fragmentation abhängiger (verschiedener) Zweizentren-Schalenmodelle gälte für die Norm (2.59) der intrinsischen Wellenfunktion (2.58), die ja aus den entsprechenden Zweizentren-Wellenfunktionen aufgebaut sind, nicht mehr $\delta_{ss'}$! In (2.77) würden dann zusätzlich 'Diagonalterme' auftreten, ähnlich denen in (2.76).

¹¹Der ursprüngliche Ausdruck (2.2) für die kinetische Energie vertauscht natürlich mit dem Antisymmetrisierungsoperator.

Matrizelementen stehen, d.h. für $N = 1$:

$$C_{K(s), K'(s')}^{\text{rad}}(s'') = \delta_{\Omega \Omega'} \frac{1}{2} \left[2 \langle \varphi_{\alpha \Omega} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} \right) | \varphi_{\alpha' \Omega} \rangle \frac{d}{dr} + h.c. \right. \\ \left. + \langle \varphi_{\alpha \Omega} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} \right)^2 | \varphi_{\alpha' \Omega} \rangle + h.c. \right] \quad (2.78)$$

In den Rotationsmatrizelementen (2.76b) erübrigt sich die Addition des hermitesch konjugierten Ausdrucks, da wir den Bahndrehimpulsanteil des Spinoperators $\vec{J}_s$ durch schon entsprechend symmetrisierte Ausdrücke ersetzen, die in den Zweizentren-Rechnungen bei der Diagonalisation der Spin-Bahn- und l^2 -Terme verwendet werden (s. Anhang D.II).

Da die intrinsischen Wellenfunktionen $\tilde{\Phi}$ aus Zweizentren-Wellenfunktionen aufgebaut sind, sind die Matrizelemente (2.76c) des Zweizentren-Hamilton-Operators natürlich diagonal in den Quantenzahlen, die die intrinsischen Einteilchenzustände charakterisieren (beachte auch hier, daß $\delta_{ss'}$ nur gilt, wenn h_{TCSM} nicht von der Fragmentation abhängt).

Setzen wir (2.77) und (2.76) in (2.64) ein und multiplizieren (2.64) mit $\frac{2\mu_s}{\hbar^2}$, so stellen wir fest, daß das resultierende Gleichungssystem bei Berücksichtigung der Transferkanäle nicht exakt — aber zumindest für den in dieser Arbeit betrachteten Transfer eines Neutrons im $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System in guter Näherung — hermitesch ist (abgesehen vom imaginären optischen Potential), da das Verhältnis der reduzierten Massen $\frac{\mu_0}{\mu_1}$, das in den Transfermatrizelementen auftritt, nicht exakt 1 ist ($\frac{\mu_0}{\mu_1} = 1.006$ für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System).

2.3.1 Die radiale Kopplung

Die weitere Auswertung der Matrixelemente (2.76a) des Radialanteils des Operators der kinetischen Energie der Relativbewegung liefert ¹² (siehe Anhang B)

$$\begin{aligned}
 C_{K(s), K'(s')}^{\text{rad}}(s''=0) = & 4 \left[\langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | D_0 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}(1,2,r) \rangle \right. \\
 & \left. + \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle \right] \frac{d}{dr} \\
 & + 2 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial^2}{\partial r^2} + D_0^2 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle \\
 & + 4 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} D_0 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}(1,2,r) \rangle, \\
 & (2.79a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{K(s), K'(s')}^{\text{rad}}(s''=1) = & 4 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} + D_1 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle \frac{d}{dr} \\
 & + 2 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial^2}{\partial r^2} + D_1^2 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle \\
 & + 4 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} D_1 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle. \\
 & (2.79b)
 \end{aligned}$$

Die Matrixelemente (2.79a, b) der radialen Kopplung lassen sich auch als Summe zweier Ausdrücke schreiben, wobei jeder der zwei Terme für sich

¹²Im folgenden wie auch in den dazugehörigen Anhängen beziehen sich die aufgeführten Ergebnisse — wenn nicht anders ausdrücklich vermerkt — auf den Fall zweier Valenzneutronen $N = 2$.

genommen schon hermitesch ist (siehe Anhang C):

$$C_{K(s), K'(s')}^{\text{rad}}(s'') = A_{K(s), K'(s')}(s'') + B_{K(s), K'(s')}(s'') \quad (2.80)$$

mit

$$A_{K(s), K'(s')}(s'') = 2 M_{K(s), K'(s')}(s'') \frac{d}{dr} + \frac{d}{dr} (M_{K(s), K'(s')}(s'')), \quad (2.81)$$

$$M_{K(s), K'(s')}(s''=0) = 2 \left[\langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | D_0 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}(1,2,r) \rangle + \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle \right], \quad (2.81a)$$

$$M_{K(s), K'(s')}(s''=1) = 2 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} + D_1 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle \quad (2.81b)$$

und

$$B_{K(s), K'(s')}(s'') = -2 \left[\langle D_{s''} \tilde{\Phi}_{K(s)}^A(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} | \tilde{\Phi}_{K'(s')}(1,2,r) \rangle + \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | \frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A(1,2,r) \rangle + \delta_{s''0} \frac{d}{dr} \left(\langle \tilde{\Phi}_{K(s)}(1,2,r) | D_0 | \tilde{\Phi}_{K'(s')}(2,1,r) \rangle \right) \right]. \quad (2.82)$$

Im ersten (2.81) bzw. zweiten (2.82) Term dieser Zerlegung (2.80) der radialen Kopplung treten nur Matrixelemente auf, die die Radialoperatoren der kinetischen Energie in erster bzw. zweiter Ordnung enthalten. In den Rechnungen, die für das $^{13}\text{C} + ^{13}\text{C}^-$ und $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}^-$ -System durchgeführt werden, ist der letztere höhere Ordnungsterm (2.82) vernachlässigt worden. Die Gleichung

chungen (2.81) und (2.82) reduzieren sich auf die von Terlecki *et al.* /Ter78/ angegebenen Ausdrücke für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System, wenn wir unsere Betrachtungen nur auf die elastischen und inelastischen Kanäle beschränken. Für diesen Fall verschwinden nämlich die Matrixelemente $\langle \tilde{\Phi}_{K(0)}(1, 2, r) | D_0$ oder $\frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{K(0)}(2, 1, r) \rangle$.

2.3.2 Die Rotationskopplung

Die Matrixelemente der Rotationskopplung (2.76b)

$$C_{K(s), K'(s')}^{rot}(s'') = \frac{2I+1}{8\pi^2} \times \langle \mathcal{D}_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s)H'}^A | (\vec{I}^2 - 2\vec{I} \cdot \vec{J}_{s''} + \vec{J}_{s''}^2) | \mathcal{D}_{HH''}^{I*} \tilde{\Phi}_{K'(s')H''}^A \rangle \quad (2.83)$$

setzen sich zusammen aus dem Matrixelement des Quadrates des Gesamtdrehimpulses¹³

$$\begin{aligned} \frac{2I+1}{8\pi^2} \langle \mathcal{D}_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s)H'}^A | \vec{I}^2 | \mathcal{D}_{HH''}^{I*} \tilde{\Phi}_{K'(s')H''}^A \rangle \\ = \frac{1+(-1)^{\ell+\ell'}}{2} \delta_{H''H'} \delta_{J''J'} \delta_{\alpha\alpha'} \hbar^2 I(I+1), \end{aligned} \quad (2.84)$$

dem Matrixelement des Coriolis-Terms

$$\begin{aligned} \frac{2I+1}{8\pi^2} \langle \mathcal{D}_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s)H'}^A | (-2\vec{I} \cdot \vec{J}_{s''}) | \mathcal{D}_{HH''}^{I*} \tilde{\Phi}_{K'(s')H''}^A \rangle \\ = -\frac{2I+1}{8\pi^2} \langle \mathcal{D}_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s)H'}^A | (I^+ J_{s''}^- + I^- J_{s''}^+ + 2I_z J_{s''z}) | \mathcal{D}_{HH''}^{I*} \tilde{\Phi}_{K'(s')H''}^A \rangle \end{aligned}$$

¹³Die hier angegebenen Formeln beziehen sich wieder auf ein System, bestehend aus zwei Valenznukleonen und zwei gleichen Cores. Letztere Eigenschaft des Systems geht nur in den ersten Faktor auf der rechten Seite von (2.84) ein.

$$\begin{aligned}
&= -\hbar \sqrt{I(I+1) + M''(1-M'')} \delta_{M', M''-1} \langle \tilde{\Phi}_{K M''-1}^A | \Upsilon_{S''}^- | \tilde{\Phi}_{K' M''}^A \rangle \\
&\quad - \hbar \sqrt{I(I+1) - M''(1+M'')} \delta_{M', M''+1} \langle \tilde{\Phi}_{K M''+1}^A | \Upsilon_{S''}^+ | \tilde{\Phi}_{K' M''}^A \rangle \\
&\quad - 2\hbar M' \delta_{M' M''} \langle \tilde{\Phi}_{K M'}^A | \Upsilon_{2 S''} | \tilde{\Phi}_{K' M'}^A \rangle \quad (2.85)
\end{aligned}$$

und dem Matrixelement des Quadrates des intrinsischen Drehimpulses $\vec{J}_{S''}^2$

$$\begin{aligned}
\frac{2I+1}{8\pi^2} \langle \mathcal{D}_{MM'}^{I*} \tilde{\Phi}_{K(s)M'}^A | \vec{J}_{S''}^2 | \mathcal{D}_{MM''}^I \tilde{\Phi}_{K'(s')M''}^A \rangle \\
= \delta_{M' M''} \langle \tilde{\Phi}_{K M'}^A | \vec{J}_{S''}^2 | \tilde{\Phi}_{K'(s') M'}^A \rangle \quad (2.86)
\end{aligned}$$

Bei der Auswertung der Coriolis-Kopplung (2.85) haben wir benutzt, daß der Operator des Gesamtdrehimpulses $\vec{I}$ nur auf die D -Funktionen, und der Operator des intrinsischen Drehimpulses $\vec{J}_{S''}^2$ nur auf die intrinsischen Wellenfunktionen $\tilde{\Phi}_K$ wirkt. Weiterhin verwendeten wir, daß für den auf die intrinsischen Koordinatenachsen bezogenen Drehimpulsoperator $\vec{I}$ gilt /Eis70/

$$\vec{I}^2 \mathcal{D}_{MM'}^{I*} = \hbar^2 I(I+1) \mathcal{D}_{MM'}^{I*}, \quad (2.87a)$$

$$I^+ \mathcal{D}_{MM'}^{I*} = \hbar \sqrt{I(I+1) + M'(1-M')} \mathcal{D}_{M M'-1}^{I*}, \quad (2.87b)$$

$$I^- \mathcal{D}_{MM'}^{I*} = \hbar \sqrt{I(I+1) - M'(1+M')} \mathcal{D}_{M M'+1}^{I*}, \quad (2.87c)$$

und daß die D -Funktionen ein Orthonormalsystem bilden.

Die Coriolis-Kopplung (2.85) wächst proportional mit dem Gesamtdrehimpuls I des Systems und verkoppelt molekulare Zustände, deren intrinsische magnetische Quantenzahl M' sich um höchstens 1 voneinander unterscheidet. Das Quadrat des intrinsischen Drehimpulsoperators $\vec{J}_{S''}^2$ vermag nur Zustände aneinander zu koppeln, die dieselbe M' -Quantenzahl tragen. Asymptotisch

(d.h. für $r \rightarrow \infty$) verschwinden die nichtdiagonalen Matrixelemente der Rotationskopplung, da dann die molekularen Wellenfunktionen Eigenfunktionen des J -Operators werden:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \tilde{J}^2 \tilde{\Phi}_{K(s)M} = \hbar^2 J(J+1) \tilde{\Phi}_{K(s)M}, \quad (2.88a)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \tilde{J}^+ \tilde{\Phi}_{K(s)M} = \hbar \sqrt{(J-M)(J+M+1)} \tilde{\Phi}_{K(s)M+1}, \quad (2.88b)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \tilde{J}^- \tilde{\Phi}_{K(s)M} = \hbar \sqrt{(J+M)(J-M+1)} \tilde{\Phi}_{K(s)M-1}. \quad (2.88c)$$

Dies stellt außerdem sicher, daß für große Relativabstände die diagonalen Beiträge der Rotationskopplung (2.83) in die üblichen Zentrifugalphotentiale übergehen:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} C_{K(s), K(s)}^{\text{rot}}(s) = \hbar^2 l(l+1). \quad (2.89)$$

2.3.3 Die Matrixelemente des Einteilchen-Hamilton-Operators — Die Anregungsenergie der Valenznukleonen

Die Matrixelemente (2.76c) des Zweizentren-Hamilton-Operators (2.13d) sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \epsilon_{K(s), K'(s')} &= \delta_{ss'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{H'H''} \frac{1+(-1)^{\ell+\ell'}}{2} \\ &\times \sum_{\Omega_1, \Omega_2} (j_1 \Omega_1 j_2 \Omega_2 | Y H') (j_1 \Omega_1 j_2 \Omega_2 | Y' H') \\ &\times [\epsilon_{\kappa_1} + \epsilon_{\kappa_2} - E_{g.s.}], \end{aligned} \quad (2.90)$$

wobei

$$\epsilon_{\kappa_i}(r) = \begin{cases} \epsilon_{\lambda_i(j_i) |\Omega_i|}(r) & \text{im asymmetrischen TC SM} \\ \frac{1}{2} [\epsilon_{\lambda_i(j_i) |\Omega_i|}^g(r) + \epsilon_{\lambda_i(j_i) |\Omega_i|}^u(r)] & \text{im symmetrischen TC SM} \end{cases}$$

$$(\kappa_i = \{\lambda_i(j_i), \Omega_i\}) \quad (2.91)$$

ist.

Im $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streusystem werden wir nur Valenznukleonenzustände mit $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$ mitnehmen. Da die Einteilchenenergien nur von $|\Omega|$ abhängen, läßt sich für diesen Spezialfall in (2.90) die Summe über die magnetischen Quantenzahlen der Einteilchenzustände ausführen, was wegen der unitären Eigen-

schaften der Clebsch-Gordan-Koeffizienten auf

$$\begin{aligned} \epsilon_{K(s), K'(s')} &= \delta_{ss'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{M'M''} \delta_{JJ'} \frac{1 + (-1)^{l+l'}}{2} \\ &\times [\epsilon_{\kappa_1} + \epsilon_{\kappa_2} - E_{g.s.}] \quad (j_1 = j_2 = \frac{1}{2}) \end{aligned} \quad (2.92)$$

führt. Setzen wir (2.92) in (2.76) ein, so können wir bei Beschränkung auf $j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$ -Zustände wiederum die Summe über M' ausführen (die Unitarität der Clebsch-Gordan-Koeffizienten liefert $\delta_{M''}$). Wir erhalten für diesen Fall also nur diagonale Matrixelemente

$$E_{K(s)} = \epsilon_{\kappa_1} + \epsilon_{\kappa_2} - E_{g.s.} \quad (j_1 = j_2 = \frac{1}{2}). \quad (2.93)$$

Besetzen die Valenznukleonen allerdings molekulare Orbitale, die für $r \rightarrow \infty$ in Schalenmodellzustände mit $j > \frac{1}{2}$ übergehen, so gilt zwar asymptotisch

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \epsilon_{\lambda(j) | \Omega |} = \epsilon_{\lambda j} \quad \text{für alle } -j \leq \Omega \leq j, \quad (2.94)$$

aber für endliche Relativabstände geht diese Entartung der magnetischen Unterzustände, die asymptotisch in Schalenmodellzustände eines gegebenen Spins j und intrinsischen Bahndrehimpulses l_∞ übergehen, verloren. In diesem Fall können die Summationen über die magnetischen Quantenzahlen in (2.90) und (2.76) nicht einfach ausgeführt werden. Die Abhängigkeit der Einteilchenenergien von $|\Omega|$ führt dann zu Kopplungen zwischen Kanälen mit verschiedenem Kanalspin J und Bahndrehimpuls l (bei Gleichheit in allen übrigen Kanalquantenzahlen). Wegen (2.94) verschwinden diese nichtdiagonalen Kopplungsmatrixelemente der Einteilchen-Hamilton-Operatoren für $r \rightarrow \infty$.

So besetzt im $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$ -System das eine Valenzneutron von ^{17}O in den elastischen Kanälen molekulare Zustände, die asymptotisch in das $1d_{\frac{5}{2}}$ -Niveau von ^{17}O übergehen. Die entsprechenden Einteilchenenergien mit $|\Omega| = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$ und $\frac{1}{2}$ sind nur asymptotisch entartet (2.94), so daß für endliche Zweizentrenabstände Kopplungen zwischen den elastischen Kanälen, die verschiedene

Bahndrehimpulse l haben, auftreten.

Da die Anregungsenergien bezüglich des reellen optischen Potentials gemessen werden, ziehen wir von den Matrixelementen (2.76c)

$$E_{g.s.}(r) := \frac{1}{(2J+1)} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{\Omega_i} \epsilon_{\kappa_i^0(\Omega_i)} \right) \quad (2.95)$$

ab, in der über all die Energien der magnetischen Unterzustände $\kappa_i^0(\Omega_i)$ gemittelt wird, die die Valenzneutronen im Grundzustand der beiden Kerne besetzen.

Die explizite Berechnung der in den Abschnitten 2.3.1 und 2.3.2 angegebenen radialen und Rotations-Kopplungsmatrixelemente wird in Anhang D auf die Auswertung entsprechender Matrixelemente der zum Aufbau der Einteilchenwellenfunktion verwendeten Zweizentren-Basis zurückgeführt. Die gekoppelten Differentialgleichungen (2.64) für die Wellenfunktionen der Relativbewegung $u_K(r)$ (2.62b) müssen numerisch gelöst werden. Aus dem asymptotischen Verhalten der Wellenfunktionen $u_K(r)$ können dann die S -Matrix und damit schließlich die Wirkungsquerschnitte bestimmt werden (siehe Anhang E).

Zwei Bemerkungen sollen dieses Kapitel 2 abschließen.

1) Nach (2.62c) wird für einen gegebenen Gesamtdrehimpuls I ein Kanal durch die Quantenzahlen der Fragmentation s , die Quantenzahlen der Einteilchenzustände α , den Kanalspin J und den Bahndrehimpuls l klassifiziert. Gemäß (2.62a) sind dann die Kanalwellenfunktionen mit M' -abhängigen Gewichtungsfaktoren (i.e. Clebsch-Gordan-Koeffizienten) versehene Summen über alle die Einteilchenzustände, deren magnetische Quantenzahlen Ω zu gegebenem Kanalspin J erlaubt sind. Diese Darstellung hat den Vorteil, daß die außerdiagonalen Rotationskopplungen asymptotisch verschwinden und aus den durch numerische Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen bestimmten radialen Wellenfunktionen direkt die S -Matrix berechnet werden kann. Allerdings führt die M' -Summation zu einer Vermischung von Kopplungen zwischen Zweizentren-Niveaus mit jeweils verschiedenen Ω -Quantenzahlen.

Park *et al.* /Par79/ schlugen deshalb vor, eine andere Darstellung der Wellenfunktionen (2.61) zu wählen, wo anstelle der Bahndrehimpulsquantenzahl l direkt die magnetische Quantenzahl Ω des Einteilchenniveaus eingeht. Das

hat den Vorteil, daß die Kanalwellenfunktionen in dieser neuen Darstellung

$$\Psi_{IH} = \sum_{L(s)} \frac{1}{r} u_{L(s)I}(r) \psi_{L(s)IH}^A, \quad (2.96)$$

$$\psi_{L(s)IH}^A = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \mathcal{D}_{HH'}^{I*} \tilde{\Phi}_{L(s)H'}^A \quad (2.96a)$$

$$\text{mit } L = \{s, \alpha, \gamma, H'\} \quad (2.96b)$$

eindeutig über die magnetische Quantenzahl Ω der Zweizentren-Niveaus klassifiziert werden können. Die Darstellung (2.96) hängt mit der von uns benutzten Darstellung (2.62) über die (von r unabhängige) Transformation

$$A_{LK}^I = \langle \psi_{LIH}^A | \psi_{KIH}^A \rangle \quad (2.97)$$

zusammen. Für die Wellenfunktionen des $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$ -Systems (2.60) beispielsweise ergibt sich für diese Transformation:

$$A_{LK}^I = (-i)^{\ell} (-1)^{3j-\Omega} (I - \Omega \ j \ \Omega | \ell \ 0) \quad (2.98)$$

(für $N=1$ und ungleiche Cores).

Die gekoppelten Differentialgleichungen in der Darstellung (2.96) der Wellenfunktionen haben im wesentlichen dieselbe Form wie (2.64) mit (2.76, 77), nur daß die Summen über M' und M'' sowie die in (2.76, 77) auftretenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten wegfallen. Die numerische Lösung dieser gekoppelten Differentialgleichungen wird nun gerade durch den Wegfall der Clebsch-Gordan-Koeffizienten (bzw. der damit verbundenen Summation über M') stark erschwert, da die Clebsch-Gordan-Koeffizienten vom Betrag her alle ≤ 1 sind, und somit die Kopplungen in den gekoppelten Gleichungen der Darstellung (2.96) im Vergleich zu denen in (2.64, 76, 77) viel 'stärker' sind. Zudem verschwinden in dieser anderen Darstellung asymptotisch die außerdiagonalen (d.h. dort für Einteilchen-Zustände mit verschiedenem Ω

aber gleichem $\lambda(j)$) Rotationskopplungen nicht mehr, d.h. die gekoppelten Differentialgleichungen müssen vergleichsweise wesentlich weiter hinausintegriert werden, damit die mit $\frac{1}{2\mu r^2}$ multiplizierten Rotationskopplungen genügend klein werden. Aus diesen rein praktischen Erwägungen heraus wurden die gekoppelten Differentialgleichungen in der Darstellung (2.62a) der Kanalwellenfunktion gelöst.

2) Bei Berücksichtigung von kollektiven Core-Anregungen müßte die intrinsische Wellenfunktion $\tilde{\Phi}_K$ entsprechend mit den die Core-Zustände beschreibenden Core-Wellenfunktionen $\chi_{\beta_i I_i}(i)$ erweitert werden:

$$\tilde{\Phi}_K \longrightarrow \left[\left[\chi_{\beta_1 I_1}(1) \otimes \varphi_{\alpha_1}(1) \otimes \dots \otimes \varphi_{\alpha_{N_1^{(s)}}}(N_1^{(s)}) \right]^{[\gamma_1]} \right. \\ \left. \otimes \left[\chi_{\beta_2 I_2}(2) \otimes \varphi_{\alpha_{N_1^{(s)}+1}}(N_1^{(s)}+1) \otimes \dots \otimes \varphi_{\alpha_N}(N) \right]^{[\gamma_2]} \right]^{[\gamma]} \Bigg]_M. \quad (2.99)$$

Die Quantenzahlen des Core-Zustandes haben wir hierbei mit β_i abgekürzt, I_i bezeichnet den Spin der Cores. Je nach Natur der Core-Anregung könnten die $\chi_{\beta_i I_i}$ Eigenfunktionen eines Rotator-, Vibrator- oder des Rotator-Vibrator-Hamilton-Operators sein /Eis70/. Der Hamilton-Operator (2.13) müßte dann mit dem entsprechenden Hamilton-Operator für die Cores ergänzt werden, und der Rotationsanteil der kinetischen Energie hätte die Form $\frac{(\vec{I}-\vec{J}_s-\vec{J}_{coll})^2}{2\mu r^2}$, wobei $\vec{J}_{coll}$ der Operator für den Spin der Core-Anregungen ist. Die Abhängigkeit des Zweizentren-Potentiales sowie des diagonalen Potentiales von den kollektiven Core-Koordinaten (z.B. Quadrupoldeformation der Cores) führt dann zu Kopplungen der Einteilchenbewegung an die Core-Anregungen sowie zu Kopplungen der Core-Anregungen an die Relativbewegung der Kerne (s. z.B. /Par79/).

Kapitel 3

Anwendungen des molekularen Particle-Core-Modells

3.1 Inelastische Anregung und Transfer eines Neutrons in der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung

Die elastische Streuung von ^{13}C an ^{13}C wurde zuerst von Helb *et al.* /Hel73/ bis zu Einschußenergien von $E_{\text{c.m.}} = 14$ MeV (c.m. $\rightarrow$ Schwerpunktsystem) gemessen. Korotky *et al.* /Kor83/ führten die Messung der elastischen Streuung bis zu $E_{\text{c.m.}} = 35.5$ MeV fort und maßen darüberhinaus die Transferreaktion $^{13}\text{C}(^{13}\text{C}, ^{12}\text{C})^{14}\text{C}$ in dem Energiebereich $E_{\text{c.m.}} = 8-25$ MeV. Experimentelle Wirkungsquerschnitte für die inelastische Anregung eines ^{13}C -Kernes oder beider Stoßpartner zum dominant angeregten ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand von ^{13}C ($E^* = 3.09$ MeV) wurden später von Balamuth *et al.* /Bal84/ veröffentlicht.

Korotky *et al.* /Kor83/ beobachteten Grobstrukturen (Breite $\Gamma_{\text{c.m.}} \sim 2$ MeV) im experimentellen Wirkungsquerschnitt für den Einneutronen-Transfer als Funktion der Einschußenergie, die sie nicht durch Einschnitt-DWBA-Rechnungen (Distorted Wave Born Approximation) reproduzieren konnten. Die im Gegensatz zu den Daten glatten, über die Einschnitt-DWBA berechneten Anregungsfunktionen für den Neutronentransfer waren ein erster Hinweis, daß der dem Transfer des Neutrons zugrunde liegende Mechanismus ein Vielfach-Schritt-Prozeß molekularer Natur sein könnte.

Balamuth *et al.* /Bal84/ stellten die Anwendbarkeit des molekularen Particle-Core-Modells allerdings in Frage. Die von ihnen gemessene Anregungsfunktion für die wechselseitige Anregung des $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{13}C war um etwa eine Größenordnung kleiner als die für die Einfachanregung desselben Zustandes, während die entsprechenden früheren Rechnungen im Particle-Core-Modell von Terlecki *et al.* /Ter78/ für die elastische und inelastische $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung voraussagten, daß diese beiden inelastischen Anregungsfunktionen in etwa dieselbe Größenordnung haben sollten. In der Zeit,

als Terlecki *et al.* /Ter78/ ihre Rechnungen durchführten, waren aber nur die elastischen Streudaten von Helb *et al.* /Hel73/ bekannt, die bis $E_{c.m.} = 14$ MeV gingen. Im folgenden werden wir gleich sehen, daß mit modifizierten optischen Potentialen sowohl die inelastischen Anregungsfunktionen, die Balamuth *et al.* /Bal84/ gemessen haben, als auch die von Korotky *et al.* /Kor83/ gemessene Transferreaktion $^{13}\text{C}(^{13}\text{C}, ^{12}\text{C})^{14}\text{C}$ mit dem molekularen Particle-Core-Modell beschrieben werden können.

Unsere Rechnungen werden neben den Kanälen der elastischen Streuung die Kanäle für die einfache und beiderseitige inelastische Anregung der ^{13}C -Kerne zum ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand ($E^* = 3.09$ MeV) sowie den Einneutronen-Transfer zum $^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ -System (beide Kerne im Grundzustand) berücksichtigen. Der ^{13}C -Kern wird in einen ^{12}C -Core mit einem Valenzneutron und der ^{14}C -Kern ebenfalls in einen ^{12}C -Core aber mit zwei daran gebundene Valenzneutronen zerlegt. Im Grundzustand des ^{13}C -Kerns besetzt das an den ^{12}C -Kern gebundene Valenzneutron das $1p_{\frac{1}{2}}$ -Niveau, der erste angeregte $\frac{1}{2}^+$ -Zustand von ^{13}C ($E^* = 3.09$ MeV) wird durch die Anregung dieses Neutrons in das nächst höhere $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveau beschrieben. Beim Transfer zum Grundzustand des $^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ -Systems sind beide Valenzneutronen im auslaufenden Kanal an einen ^{12}C -Core gebunden und besetzen — zum Spin 0 gekoppelt — das $1p_{\frac{1}{2}}$ -Niveau¹. Die zwischen diesen beiden Valenzneutronen noch wirksame Restwechselwirkung ($\rightarrow$ Paar-Energie) wird in den Transferkanälen nur insofern berücksichtigt, daß wir vom diagonalen reellen Potential der Transferkanäle den experimentellen asymptotischen Q -Wert $= +3.23$ MeV subtrahieren, also zur Energie E hinzuaddieren, die im Transferkanal zur Verfügung steht.

Die für einen gegebenen totalen Drehimpuls I nach Gleichung (2.59) erlaubten Kanäle sind für alle berücksichtigten Streuzustände mit den entsprechenden Kanalspins J und zugehörigen Bahndrehimpulsen l in Tabelle 3.I. aufgeführt.

Die Wellenfunktion, die beide im Grundzustand befindlichen ^{13}C -Kerne im einlaufenden elastischen Kanal beschreibt, ist antisymmetrisch bezüglich des Austausches der ^{13}C -Kerne. Da der Hamilton-Operator diese Antisymmetrie erhält, können in den Kanälen für die doppelt inelastische Anregung nur wieder entsprechend antisymmetrisierte Kanalwellenfunktionen auftreten; d.h. koppeln die beiden (identischen) $\frac{1}{2}^+$ -Kernzustände zum (symmetrischen) Triplettzustand ($J = 1$), sind nur ungerade Bahndrehimpulse, in dem (antisymmetrischen) Singulettzustand ($J = 0$) hingegen nur gerade l -Werte erlaubt. Außerdem halten wir fest, daß zu einem gegebenen totalen Drehimpuls I immer nur ein Transferkanal mit $l = I$ erlaubt ist (da $J_{s=1} = 0$).

¹Die Behandlung der in den Rechnungen mitgenommenen Kernzustände als reine Einteilchenzustände ist natürlich eine Vereinfachung, die sich auf entsprechende Schalenmodellrechnungen von Kurath *et al.* /Kur61/ und Reynolds *et al.* /Rey68/ stützt; dort wird das Spektrum von $^{13}\text{C}(^{14}\text{C})$ durch ein (zwei) lose an einen (kollektiv anregbaren) ^{12}C -Core gebundene(s) Valenzneutron(en) beschrieben.

Wir bemerken noch, daß für $I = 0$ bei Kanalspin $J = 1$ natürlich nur die Kanäle mit l -Werten ≥ 0 zulässig sind.

Für die konkrete Anwendung des molekularen Particle-Core-Modells haben wir noch die folgenden Eingabegrößen zu spezifizieren: das diagonale optische Potential und die Potential-Parameter des Zweizentren-Schalenmodells.

3.1.1 Das optische Potential

Für das diagonale optische Potential $U+iW$ (s. Gleichungen (2.13), (2.76)) in den Kanälen der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - und $^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ -Fragmentation setzen wir das von Korotky *et al.* /Kor83/ bestimmte optische Potential vom Woods-Saxon-Typ ein, mit dem in einer optischen Modellrechnung ohne Ankopplung inelastischer Kanäle die gemessenen elastischen $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Anregungsfunktionen beschrieben werden (s. Abb. 3.1). Den radialen Verlauf dieses optischen Potentials zeigt Abb. 3.2.

Korotky *et al.* /Kor83/ fanden bei der Analyse ihrer in Abb. 3.1 dargestellten optischen Modellrechnung, daß die Grobstrukturen der berechneten elastischen Anregungsfunktionen auch durch Anwendung des Barrier-Top-Modelles von Friedman *et al.* /Frie77/ erzeugt werden können. In diesem Modell führt die Annahme starker Absorption hinter der Barriere des reellen Potentials zum Auftreten sogenannter Barrierenresonanzen, die eng mit der klassischen Vorstellung des 'orbiting' verknüpft sind (näheres in /Thi84/). Diese auf dem Orbiting-Phänomen fußende Interpretation der Grobstruktur in der elastischen $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung findet sich auch in schwereren Streusystemen wie $^{28}\text{Si}+^{28}\text{Si}$ /Thi84/ oder $^{24}\text{Mg}+^{24}\text{Mg}$ /Maa86/.

3.1.2 Das Zweizentren-Schalenmodell für die Valenzneutronen und die Kopplungspotentiale

In den von uns in der vorliegenden Arbeit explizit berücksichtigten Kanälen der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung besetzen die Valenzneutronen — wie auch schon in den Rechnungen von Terlecki *et al.* /Ter78/ — asymptotisch die $1p_{1/2}$ - und $2s_{1/2}$ -Niveaus. (Im ^{13}C liegt das $2s_{1/2}$ -Niveau energetisch unterhalb des $1d_{3/2}$ -Zustandes.) Da wir zudem in beiden Fragmentationen ($^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ und $^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$) der Einfachheit halber dasselbe $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Zweizentren-Schalenmodell benutzen, können wir auf die von Terlecki *et al.* /Ter78/ benutzten Parameter für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Zweizentren-Potential zurückgreifen. Diese Parameter wurden durch die Forderung bestimmt, daß asymptotisch die unter der Beschränkung auf sphäroidale Fragmente ($\beta_1 = \beta_2 = 1$) berechneten Energieeigenwerte des Zweizentren-Modells um die Fermi-Kante von ^{13}C mit den entsprechenden experimentell bestimmten Neutronen-

Einteilchenenergien übereinstimmen.² Die von uns benutzten Zweizentren-Parameter lauten

$$\begin{aligned} C &= 16.795 \text{ MeV} \\ \kappa_{13\text{C}} &= .126511 \\ \mu_{13\text{C}} &= .4789 \quad (\beta_1 = \beta_2 = 1, \eta = 0) \end{aligned}$$

Der vergleichsweise kleine Wert von C (üblicherweise ~ 41 MeV; s. Gleichung (2.26)) spiegelt die schwache Kopplung der Valenznukleonen an die (deformierten) ^{12}C -Cores wider. In den in diesem Abschnitt 3.1 vorgestellten Rechnungen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System wird stets angenommen, daß die Parameter κ, μ unabhängig vom Relativabstand r sind (vgl. hierzu jedoch Abschnitt 3.2.2). Im symmetrischen Zweizentren-Modell ist der Neckparameter ϵ frei wählbar ($\epsilon > 0$). Er legt die Höhe der Barriere des tatsächlichen Zweizentren-Potentiales bei $z = 0$ im Verhältnis zur entsprechenden Barrierrhöhe des Doppeloszillatorpotentials fest (s. (2.22)) und bestimmt damit den Grad der (molekularen) Polarisierung der Einteilchenwellenfunktionen für einen gegebenen Relativabstand r , was wiederum für die Stärke der radialen und Rotations-Kopplungen entscheidend ist. Durch Vergleich der Größenordnung der berechneten Reaktions-Wirkungsquerschnitte mit den experimentellen Daten kann also der Wert für ϵ fixiert werden. Wir finden so in unseren gekoppelten Kanalrechnungen (s. nächster Abschnitt

²Für $\beta_i = 1$ ($i=1,2$) geht das Zweizentren-Schalenmodell asymptotisch in das gewöhnliche Schalenmodell über, dessen Energie-Eigenwerte wie folgt gegeben sind:

$$E = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega_0 + a \langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle + b \left[\langle \vec{l}^2 \rangle - \frac{1}{2} N(N+3) \right]$$

mit $N = 2(n-1) + l$, $\hbar\omega_0 = CA^{-\frac{1}{3}}$ (s. (2.25), (2.26)), also

$$\begin{aligned} E(n, l, j) &= \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega_0 + \frac{a}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] \\ &\quad + b \left[l(l+1) - \frac{1}{2} N(N+3) \right] \end{aligned}$$

(s. auch /Par 80/). Dabei hängen die Parameter a und b mit den Zweizentren-Parametern κ, μ über die Beziehungen

$$\begin{aligned} a &= -2\hbar\omega_0 \kappa & \kappa &= -\frac{a}{2\hbar\omega_0} \\ b &= -\hbar\omega_0 \kappa \mu & \mu &= 2b/a \end{aligned} \quad \text{bzw.}$$

zusammen. Einsetzen der experimentellen Energie von Einteilchenniveaus und deren Schalenkennzeichnungen in obige Energiegleichungen liefert dann ein Gleichungssystem für die Potentialparameter $\hbar\omega_0$, a und b .

3.1.3) für ϵ den Wert 1 bei Durchführung der Zweizentren-Rechnung in der Sudden-Näherung. Allerdings sollte hier schon angemerkt werden, daß die berechneten Wirkungsquerschnitte sich bei Benutzung z.B. von $\epsilon = .85$ und der adiabatischen Näherung nicht wesentlich ändern (s. Abb. 3.11). Diese Unabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Art der in den Zweizentren-Rechnungen benutzten Näherung zeigt, daß die Kopplungen für Relativabstände wirksam sind, bei denen der Überlapp der Streupartner noch klein ist.³

Abbildung 3.3 zeigt das Zweizentren-Niveaudiagramm (Korrelationsdiagramm) für die Neutronen-Zustände im System $^{13}\text{C}+^{13}\text{C} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$. Im Gegensatz zu dem später noch zu betrachtenden $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System zeigt das Korrelationsdiagramm für ein symmetrisches System wie $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ keine vermiedenen Niveaureuzungen im physikalisch interessanten Bereich (i.e. Oberflächenbereich des diagonalen optischen Potentials). Die Sudden-Näherung führt zu einem Anstieg der Energieniveaus für $r \rightarrow 0$. Nach Gleichung (2.91) sind die Anregungsenergien der Valenzneutronen durch das arithmetische Mittel der Energien der entsprechenden Zweizentren-Zustände zu gerader und ungerader Parität gegeben. Diese Anregungsenergie ist natürlich unabhängig davon, ob das Valenzneutron asymptotisch am linken oder rechten Core lokalisiert ist. Damit haben die Valenzneutronen in der Transferfragmentation $^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$ dieselbe Anregungsenergie wie im einlaufenden elastischen Kanal.

Nach Gleichung (2.45) ergeben sich die Einteilchenwellenfunktionen im symmetrischen $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Zweizentren-Modell durch Überlagerung der Zweizentren-Wellenfunktionen mit gerader und ungerader Parität. Abbildung 3.4 zeigt den Verlauf dieser Eigenfunktionen des $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Zweizentren-Hamilton-Operators (Parameter wie in Abb. 3.3) entlang der intrinsischen z' -Achse ($\rho' \equiv 0$) für drei ausgewählte Relativabstände. Für ein gegebenes Energieniveau sind asymptotisch die zugehörigen Zweizentren-Zustände entartet (s. Abb. 3.3). Mit kleiner werdendem Relativabstand wird diese Entartung aufgehoben (vgl. Abb. 3.3 mit Abb. 3.4).

In Abbildung 3.5 ist die Dichte der molekularen Einteilchen-Wellenfunktionen $\phi_{\lambda(j)\Omega}$ in der (ρ', z') -Ebene wiederum für drei Relativabstände dargestellt. Man erkennt nun deutlich die wachsende Polarisierung der Wellenfunktionen mit kleiner werdendem Relativabstand.

Mit den Einteilchenwellenfunktionen der molekularen $1p_{1/2}$ - und $2s_{1/2}$ -Zustände werden dann die radialen (2.81) und Rotations-Kopplungen (2.83) berechnet. Die in den radialen Operatoren quadratischen Kopplungsterme (2.82) werden in dieser Arbeit vernachlässigt.

Abb. 3.6(a) zeigt die verschiedenen Beiträge zur radialen Kopplung für einen speziellen Übergang von einem elastischen in einen einfach inelastischen

³Dies verwundert nicht angesichts der absorptiven Wirkung des imaginären optischen Potentials für kleiner werdende r .

Kanal. Wie in Anhang D.I bemerkt, führt die Überlagerung der Beiträge des $\frac{\partial}{\partial r}$ - und D -Operators zum asymptotischen Verschwinden der radialen Kopplung. Für spätere Vergleichszwecke ist in Abb. 3.6(b) das in Abb. (a) dargestellte radiale Matrixelement einer Rechnung gegenüber gestellt, in der bei der Berechnung der Zweizentren-Wellenfunktionen der Neckparameter ϵ auf .65 gesetzt wurde (unter Verwendung der adiabatischen Näherung). Der zu einer stärkeren Polarisierung der Wellenfunktionen führende niedrigere Wert des Neckparameters schlägt sich — wie oben schon angedeutet — in einer weiter nach außen reichenden, dort stärkeren radialen Kopplung nieder.

In Abbildung 3.7 sind einige ausgewählte Kopplungsmatrixelemente zwischen den elastischen und Transfer-Kanälen dargestellt. Die Polarisierung der Wellenfunktionen für die Valenzneutronen führt zu direkten Rotationskopplungen zwischen den elastischen und Transferkanälen. Die Transfermatrixelemente der Rotationskopplungen verschwinden für große Relativabstände, da dort die Wellenfunktionen guten Spin haben (vergleiche den Einsatz in der Abb. 3.7(b) mit Abb. 3.5). Die in Abbildung 3.7(c) dargestellte Rotationskopplung zwischen elastischen und Transfer-Kanälen ist für ungerade Partialwellen stärker als für solche mit geradem totalen Drehimpuls. Wie wir im Abschnitt 3.1.4 zeigen werden, ist es vor allem diese Rotationskopplung, die die Transferkanäle füttert. Sie ist nämlich für große Relativabstände stärker als die radiale Kopplung.

3.1.3 Ergebnisse der gekoppelten Kanalrechnungen

Die Abbildungen 3.8 – 3.10 zeigen die durch Lösung der gekoppelten Kanalgleichungen (2.64) berechneten Anregungsfunktionen für die elastische und inelastische Streuung von ^{13}C an ^{13}C sowie den Einneutronen-Transfer im Vergleich zu den entsprechenden Daten von Balamuth *et al.* /Bal84/ und Korotky *et al.* /Kor83/. Die auf den Zweizentren-Rechnungen mit $\epsilon = 1$ aufbauenden gekoppelten Kanal-Rechnungen reproduzieren die wesentlichen Charakteristika der Daten. Die in Abb. 3.8 für $\theta_{c.m.} = 90^\circ$ gezeigten elastischen Anregungsfunktionen unterscheiden sich nicht wesentlich von den in Abb. 3.1 dargestellten ungekoppelten optischen Modellrechnungen von Korotky *et al.* /Kor83/. Die Kopplung dämpft einige der Oszillationen, und die erste Grobstruktur der 80°-Anregungsfunktionen zwischen 10 und 15 MeV wird in Übereinstimmung mit den Daten zu etwas höheren Energien verschoben. Im Gegensatz zu den früheren Rechnungen von Terlecki *et al.* /Ter78/ sind die berechneten einfach und doppelt inelastischen Anregungsfunktionen (s. Abb. 3.9) nun in derselben Größenordnung wie die experimentellen Daten von Balamuth *et al.* /Bal84/. Die Strukturen der berechneten einfach inelastischen Anregungsfunktionen, die stärker ausgeprägt sind als im gemessenen Wirkungsquerschnitt, können möglicherweise durch die Mitnahme weiterer, in dieser Rechnung nicht berücksichtigter Kanäle gedämpft werden.

Die berechnete Anregungsfunktion für den Transfer eines Neutrons, die in

Abb. 3.10 zu sehen ist, zeigt dasselbe oszillatorische Verhalten wie die Daten von Korotky *et al.* /Kor83/. Wir erinnern uns, daß die Einschnitt-DWBA-Rechnungen von Korotky *et al.* /Kor83/ hingegen immer zu glatten Transfer-Anregungsfunktionen führten. Doch bevor wir zur genaueren Analyse speziell der Transfer-Reaktion kommen, wollen wir zunächst noch zwei andere Punkte ansprechen:

I) Abhängigkeit der berechneten Anregungsfunktionen vom Neckparameter ϵ des Zweizentren-Modells

Der Neckparameter ϵ bestimmt sensitiv die Kopplungsstärke im Oberflächenbereich des optischen Potentials, wie wir in Abschnitt 3.1.2 am Beispiel eines in Abb. 3.6(b) dargestellten radialen Kopplungsmatrixelementes für $\epsilon = 1$ und $\epsilon = .65$ gezeigt haben. Die Kopplungsstärke im Oberflächenbereich ist aber wegen der dort geringen (oder gar nicht vorhandenen Absorption) durch das imaginäre optische Potential entscheidend für den Fluß in die nicht elastischen Kanäle. Dies schlägt sich dann in der Größenordnung der berechneten Streuquerschnitte nieder, wie Abb. 3.11 am Beispiel des einfach und doppelt inelastischen Wirkungsquerschnittes zeigt (die Anregungsfunktion für den Einnukleonentransfer zeigt dieselbe Abhängigkeit von ϵ). Man sieht, daß der Neckparameter-Wert $\epsilon = .65$ zu Kopplungsstärken führt, die die berechneten Wirkungsquerschnitte zu groß im Vergleich zu den experimentellen Daten werden lassen. Aus dem Vergleich der berechneten mit den experimentellen Streuquerschnitten finden wir somit den Wert 1 für ϵ . Diese Wahl ist aber nur bedingt eindeutig wie die in Abb. 3.11 dargestellten inelastischen Anregungsfunktionen für $\epsilon = .85$ deutlich machen (s. hierzu auch Abschnitt 3.1.2).

II) Rolle der radialen und Rotations-Kopplungen

Abbildung 3.12 verdeutlicht die Wirkung der radialen und Rotations-Kopplungen. Während für die inelastischen Kanäle beide Kopplungstypen von gleicher Wichtigkeit sind, wird der Transfer hauptsächlich durch die Rotationskopplungen zwischen den elastischen und Transferkanälen gespeist, wie das in Abb. 3.13 dargestellte Ergebnis einer gekoppelten Kanalrechnung nur mit diesen Kanälen zeigt.

In den früheren Rechnungen von Terlecki *et al.* /Ter75, Ter78/ für die einfach und doppelt inelastische Anregung des ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes in der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung war im Gegensatz zu unseren Rechnungen (s. Abb. 3.12) die radiale Kopplung dominant. Der Unterschied kommt dadurch zustande, daß Terlecki *et al.* /Ter75, Ter78/ ein ganz anderes optisches Potential benutzten, das sich nur auf die damals bekannten, bis $E_{\text{c.m.}} = 14$ MeV reichenden, elastischen Streudaten von Heib *et al.* /Hei73/ stützte. Verglichen zu dem von uns benutzten optischen Potential von Korotky *et al.* /Kor83/ sind die Barrierenradien des von Terlecki *et al.* /Ter78/ verwendeten reellen optischen

Potentiales mit Werten von 5 – 6 fm wesentlich kleiner (als beim reellen optischen Potential von Korotky *et al.* /Kor83/; ~ 8 fm, s. Abb. 3.2), und dementsprechend setzt die an die Barriere des reellen Potentials angepaßte Absorption des imaginären optischen Potentials bei Terlecki *et al.* /Ter78/ erst bei Relativabständen von 4 – 5 fm ein. So konnten die radialen Kopplungen, die für diese kleineren Relativabstände stärker als die Rotationskopplungen sind (vgl. Abb. 3.7), in den Terleckischen Rechnungen wirksam die inelastischen Kanäle füttern.

3.1.4 Analyse der Anregungsfunktion für den Einneutronen-Transfer

In diesem Abschnitt wollen wir den Ursprung der energieabhängigen Struktur in der Transfer-Anregungsfunktion näher untersuchen. Nach Tabelle 3.I gibt es zwei verschiedene Transferkanäle: jeweils einen für gerade und einen für ungerade totale Drehimpulse, wobei der Bahndrehimpuls l im Transferkanal wegen des Kanalspins $J = 0$ immer gleich l ist. Diese beiden Transferkanäle koppeln mit verschiedenen Kopplungsstärken an die elastischen Kanäle.

Die Rotationskopplung für ungerade totale Drehimpulse I rührt vom Coriolis-Kopplungsterm her, der proportional zu $[I(I + 1)]^{1/2}$ ist und daher groß ist. Im Gegensatz dazu ist die von einem nichtverschwindenden Matrixelement des Operators $\hat{j}^2$ herrührende Rotations-Kopplung für gerade totale Drehimpulse I kleiner (vergl. Abb. 3.7(b) und (c)). So wird denn auch aus Abb. 3.14, die die jeweils nur für gerade bzw. ungerade totale Drehimpulse ohne Berücksichtigung inelastischer Kanäle berechneten 90° -Transferanregungsfunktionen zeigt, ersichtlich, daß die Strukturen durch Partialwellen mit ungeraden Drehimpulsen l erzeugt werden.

Abb. 3.15 zeigt die dominanten S -Matrixelemente $|S_{\text{elastisch}(J=1,l=I) \rightarrow \text{transfer}(J=0,l=I)}^I|$ für ungeradzahlige Drehimpulse von $I = 7\hbar$ bis $21\hbar$ (Partialwellen mit Drehimpulsen kleiner als $7\hbar$ tragen nicht wesentlich zum Transferstreuquerschnitt bei, wie entsprechende Rechnungen ohne diese Partialwellen zeigen). Die durchgezogenen (gestrichelt) gezeichneten Pfeile in Abb. 3.15 markieren die Energien der ersten virtuellen Resonanzzustände, die knapp oberhalb der Barrieren der reellen diagonalen Potentiale⁴ des jeweiligen elastischen (Transfer-)Kanals liegen.

Bei der Berechnung der Resonanzenergien wurden keine Absorption und keinerlei Kopplung an andere Kanäle berücksichtigt. Wir sehen aus Abb. 3.15, daß die Strukturen der S -Matrixelemente offenbar mit diesen Resonanzzuständen korreliert sind. Für die Drehimpulse $9\hbar$ und $11\hbar$ konnten wir keine Resonanzzustände nahe der Barriere des reellen Potentials finden.

⁴Das reelle diagonale Potential setzt sich aus dem Realteil des optischen Potentials und den diagonalen Rotationskopplungen zusammen.

In Abbildung 3.16 sind Wirkungsquerschnitte für den Transfer dargestellt, die unter Berücksichtigung nur zweier aufeinanderfolgender ungeradzahlgiger Partialwellen berechnet wurden. Die Auswahl dieser Partialwellen richtete sich danach, ob deren zugehörige S -Matrixelemente Strukturen in dem betrachteten Energiebereich aufweisen (s. Abb. 3.15). Wir bemerken, daß die Überlagerung solcher zwei Partialwellen mit aufeinanderfolgenden ungeradzahlgigen Drehimpulsen durch destruktive Interferenz zu schmalere Strukturen in dem Transfer-Streuquerschnitt führt. Der Vergleich dieser Strukturen mit denen z.B. der Abb. 3.13 zeigt, daß jede der Strukturen in der Anregungsfunktion für den Transfer durch mehr als eine Partialwelle erzeugt wird. Die Strukturen können aber in den Rechnungen überhaupt nur erzeugt werden, wenn in dem zugehörigen Energiebereich jeweils die beiden in Abb. 3.15 angegebenen Partialwellen mit aufeinanderfolgenden ungeradzahlgigen Drehimpulsen gleichzeitig mitgenommen werden. Wird nämlich nur eine dieser zwei Partialwellen in den Rechnungen künstlich weggelassen, verschwindet die jeweilige Grobstruktur.

3.2 Inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C

Im vorangegangenen Abschnitt 3.1 sahen wir, daß der dominante Mechanismus für den Transfer eines Neutrons in der Streuung von ^{13}C an ^{13}C im Particle-Core-Modell eng mit der molekularen Polarisierung der Wellenfunktionen der Valenzneutronen verknüpft ist. Wir können jetzt einen Schritt weiter gehen und fragen, ob vielleicht ein ganz spezifisch molekulares Phänomen, wie es vermiedene Niveauf Kreuzungen zwischen molekularen Zuständen gleicher Symmetrie darstellen, auch zu experimentell beobachtbaren Signaturen führt.⁵

In Zweizentren-Niveau-Diagrammen für asymmetrische Systeme treten vermiedene Niveauf Kreuzungen — auch Pseudokreuzungen genannt — zwischen Energie-Niveaus auf, die dieselbe Quantenzahl Ω der Projektion des intrinsischen Drehimpulses auf die Kern-Kern-Achse haben. Für symmetrische Streusysteme wie $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ oder $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ finden sich in den entsprechenden Zweizentren-Korrelationsdiagrammen vergleichsweise nur wenige Pseudokreuzungen: sie können im symmetrischen Zweizentren-Schalenmodell wegen der zusätzlich erhaltenen Parität auch nur zwischen solchen Energieniveaus auftreten, die neben gleicher Quantenzahl Ω auch gleiche Parität haben.

Park *et al.* /Par80/ berechneten für asymmetrische Streusysteme wie $^{12}\text{C}+^{17}\text{O}$, $^{13}\text{C}+^{16}\text{O}$ (später auch $^{13}\text{C}+^{17}\text{O}$ /Abe83/) Einteilchenenergien als Funktion des Kern-Kern-Abstandes im asymmetrischen Zweizentren-Schalenmodell, dessen Parameter sie durch Anpassen der berechneten an die experimentellen Neutron-Einteilchenenergien der betrachteten Kerne festlegten (Näheres siehe Fußnote 2 in Abschnitt 3.1.2). Die Korrelationsdiagramme, die Park *et al.* /Par80/ erhielten, zeigen für Relativabstände von 7–10 fm immer (d.h. unabhängig vom benutzten Zweizentren-Parametersatz) eine vermiedene Niveauf Kreuzung zwischen zwei $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus, die asymptotisch in die entsprechenden magnetischen Unterzustände des $1d_{\frac{5}{2}}$ - bzw. $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveaus von ^{17}O übergehen. Die oben genannten Systeme können in einen ^{12}C - und ^{16}O -Core mit daran lose gebundenen Valenzneutronen zerlegt werden, wobei ein in dem $1d_{\frac{5}{2}}$ -Zustand von ^{17}O sitzendes Valenzneutron den Grundzustand von ^{17}O bildet und der Übergang dieses Valenzneutrons in den $2s_{\frac{1}{2}}$ -Zustand von ^{17}O der inelastischen Anregung von ^{17}O zum ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand ($E^* = .871$ MeV) entspricht. Von dieser Vorstellung ausgehend, sagten Park *et al.* /Par80/ voraus, daß die den Übergang induzierenden Kopplungen am vermiedenen Kreuzungspunkt erhöht sind und daher Signaturen in der inelastischen Anregungsfunktion der $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ (^{13}C)-Streuung auftreten sollten ('Landau-

⁵Aufgrund der Absorption der Wellenfunktionen der Relativbewegung durch das imaginäre optische Potential sollten nur solche vermiedenen Niveauf Kreuzungen experimentell beobachtbare Signale liefern, die im Oberflächenbereich des optischen Potentials liegen.

Zener-Effekt').

Die experimentelle Suche nach Signalen dieses Landau-Zener-Übergangs konzentrierte sich zunächst auf die Messung der γ -Strahlung des .871 MeV γ -Strahlungsüberganges ($\frac{1}{2}^+ \rightarrow \frac{5}{2}^+$) des in der Streuung von ^{17}O an ^{13}C /Free83/ oder ^{12}C /Bec85/ angeregten ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{17}O . Tatsächlich zeigen diese von der Straßburg-Gruppe gemessenen γ -Anregungsfunktionen für beide Streusysteme Strukturen, während die gemessenen γ -Strahlungsübergänge anderer Reaktionskanäle glatte Funktionen der Einschußenergie sind. Außerdem hat diese Gruppe mittlerweile auch Streuquerschnitte für die elastische und inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C gemessen /Fre86/.

Zur Erklärung der in der γ -Anregungsfunktion zu beobachtenden Strukturen wurden eine ganze Reihe semiklassischer Rechnungen für den winkelinintegrierten Wirkungsquerschnitt der inelastischen Anregung von ^{17}O zum ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand durchgeführt /Abe83, Mil85, Par86, Cha87/. In all diesen genannten Rechnungen wird die Relativbewegung der aneinander streuenden Kerne klassisch behandelt. Die semiklassisch berechneten, über alle Streuwinkel integrierten, inelastischen Wirkungsquerschnitte zeigen wie die γ -Daten Strukturen als Funktion der Einschußenergie. Allerdings sind in letzter Zeit Zweifel über die Korrektheit der von der Straßburg-Gruppe gemessenen inelastischen γ -Anregungsfunktionen aufgekommen /Haa87/. Davon einmal ganz abgesehen, ist natürlich auch der Ansatz der semiklassischen Rechnungen, nämlich die schon erwähnte klassische Behandlung der Relativbewegung, in Anbetracht der Tatsache, daß schon für Einschußenergien um die Coulomb-Barriere Umlaufzeit des Valenzneutrons und Vorbeiflugzeit der Kerne in derselben Größenordnung liegen, nicht unbedingt gerechtfertigt.

Wir wollen deshalb das molekulare Particle-Core-Modell, das ja sowohl die Relativbewegung der Streupartner als auch die Bewegung des Valenzneutrons quantenmechanisch behandelt, auf die elastische und inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C anwenden, wobei wir auf die von Park *et al.* /Par80/ bestimmten Parameter des Zweizentren-Schalenmodellpotentials für das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System zurückgreifen werden. Um das Ergebnis des Vergleichs dieser Rechnungen mit den von Freeman *et al.* /Fre86/ (korrekt) gemessenen Streudaten vorwegzunehmen, sei an dieser Stelle schon erwähnt, daß die Erhöhung der radialen Kopplung an der vermiedenen Niveau-Kreuzung der $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ - ($|\Omega| = \frac{1}{2}$)-Zustände in unseren Rechnungen zu denselben Strukturen führt, wie sie auch experimentell in den Streuquerschnitten beobachtet werden. Schließlich werden wir der durch die semiklassischen Rechnungen aufgeworfenen Frage nachgehen, inwieweit solche Strukturen, die Signale eines Landau-Zener-artigen nuklearen Überganges sind, auch noch in den über sämtliche Streuwinkel integrierten (inelastischen) Wirkungsquerschnitten auftreten.

Wird das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System in einen ^{12}C - und ^{16}O -Core mit einem daran lose gebundenen Valenzneutron zerlegt, das im Grundzustand von ^{17}O das $1d_{\frac{5}{2}}$ -

Niveau und im ersten angeregten Zustand desselben Kernes ($E^*(\frac{1}{2}^+) = .871$ MeV)) das nächst höhere $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveau besetzt, so umfassen die gekoppelten Kanalrechnungen im molekularen Particle-Core-Modell für die elastische Streuung und inelastische Anregung (zum ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand) von ^{17}O an ^{12}C die in Tabelle 3.II zusammengestellten Kanäle. Da nur halbzahlige Kanalspins J vorkommen, nimmt der totale Drehimpuls wegen der Ganzzahligkeit des Bahndrehimpulses nur halbzahlige Werte an. Für Drehimpulse $I \leq J$ sind in Tabelle 3.II natürlich nur die Kanäle mit $l \geq 0$ zulässig.

Als nächstes spezifizieren wir die Eingabegrößen der Modellrechnungen, nämlich das optische Potential und die Parameter des Zweizentren-Schalenmodells.

3.2.1 Das optische Potential

Die mittlere Wechselwirkung zwischen den beiden Streupartnern wird durch das optische Potential $U + iV$ beschrieben. Wir setzen hierfür das optische $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$ -(Woods-Saxon-)Potential von Freeman *et al.* /Fre86/ ein, das durch Anpassen optischer Modellrechnungen ohne Kopplungen an die gemessenen elastischen $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$ -Winkelverteilungen für Vorwärtsstreuwinkel bestimmt wurde. Der radiale Verlauf dieses optischen Potentials ist in Abb. 3.17 dargestellt.

3.2.2 Das Zweizentren-Schalenmodell für das Valenzneutron und die Kopplungspotentiale

Abb. 3.18 zeigt das mit den Zweizentren-Parametern von Park *et al.* /Par80/ (Parametersatz II in Tabelle II in /Par80/) berechnete Neutronen-Korrelationsdiagramm für das System $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{29}\text{Si}$. Im einlaufenden elastischen Kanal sitzt das Valenzneutron asymptotisch im $1d_{\frac{5}{2}}$ -Niveau von ^{17}O . Die Core-Neutronen, die wir ja nicht explizit berücksichtigen, bleiben, im Bild dieses Niveau-Diagramms gesprochen, für alle Relativabstände in den untersten fünf Niveaus sitzen. Das von uns explizit berücksichtigte Valenzneutron kann allerdings mit kleiner werdendem Relativabstand durch Rotations- oder radiale Kopplungen in andere freie Zweizentren-Niveaus übergehen, die asymptotisch dann den auf der rechten Seite der Abb. 3.18 angegebenen Kanälen entsprechen. Da wir jedoch in der vorliegenden Arbeit an der grundsätzlichen Frage, ob vermiedene Niveaufkreuzungen überhaupt zu experimentell relevanten Signaturen führen, interessiert sind, beschränken wir uns im weiteren auf diejenigen Zweizentren-Zustände, die asymptotisch den $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Zuständen von ^{17}O entsprechen und deren $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Zustände für einen Relativabstand von ~ 7.5 fm den besagten ausgeprägten vermiedenen Kreuzungspunkt besitzen.

Die Position der vermiedenen Niveaukreuzung und die Steigung der beiden Niveaus um den vermiedenen Kreuzungspunkt, die, wie wir später sehen werden, Ort, Höhe und Breite des Peaks in der radialen Kopplung bestimmen, hängen natürlich von der Wahl der Zweizentren-Parametrisierung ab:

So gaben Park *et al.* /Par80/ einen zweiten Parametersatz für das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System an (Parametersatz III in Tabelle II in /Par80/), für den der vermiedene Kreuzungspunkt bei ~ 9 fm Relativabstand mit etwas größerem minimalen Abstand bei schwächerer Steigung der sich nicht kreuzenden $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus auftritt. Die mit diesem Parametersatz berechnete radiale Kopplung hat einen Peak bei ~ 9 fm, der nicht ganz so hoch wie im ersten Fall ist. Mit dieser radialen Kopplung und den entsprechenden Rotationskopplungen durchgeführte gekoppelte Kanalrechnungen ergeben aber Wirkungsquerschnitte, die im Gegensatz zur Verwendung des erstgenannten Parametersatzes die experimentellen Strukturen nicht zu reproduzieren vermochten.

Die κ, μ -Werte, die die Stärke der $\vec{l} \cdot \vec{s}$ - und $\vec{l}^2$ -Terme des Zweizentren-Potentiales bestimmen, sind für endliche Relativabstände zwischen ihnen für $r = 0$ und $r \rightarrow \infty$ festgelegten Werten zu interpolieren. Je nach (willkürlicher) Wahl der Interpolationsvorschrift kann sich der Charakter der vermiedenen Niveaukreuzungen ändern. Werden κ, μ beispielsweise linear in r zwischen 7.6 fm und 1.5 fm interpoliert, so ergibt sich der in Abb. 3.19 gezeigte Verlauf der vermiedenen Niveau-Kreuzung der beiden $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus. Im weiteren werden wir immer die in den Gleichungen (2.24a,b) angegebene Vorschrift zur in ω_0 linearen Interpolation der κ, μ -Werte benutzen. In der adiabatischen Näherung wird ω_0 aus der für alle Relativabstände zu erfüllenden Erhaltung des durch die Äquipotentialfläche V_0 eingeschlossenen Volumens bestimmt. Typische Werte für V_0 für das hier betrachtete System sind 7 – 8 MeV. Sinkt die Barriere des Zweizentren-Potentiales unter diesen Wert von V_0 , müssen die Oszillatorkonstanten geändert werden, wenn Volumenerhaltung gefordert wird. Bei uns ist das für Relativabstände kleiner als ~ 7 fm der Fall. D.h. zum einen, daß bei Benutzung der Scharnweberschen Interpolationsvorschrift (2.24) im Bereich der vermiedenen Niveaukreuzung praktisch noch mit den asymptotischen κ, μ -Werten gerechnet wird, und zum anderen, daß auch die Wahl der sudden oder adiabatischen Näherung keinen Einfluß auf den Verlauf der Pseudokreuzung bzw. den für die Streurechnung relevanten Kopplungsbereich nimmt. Alle hier im Abschnitt 3.2 vorgestellten Zweizentren-Rechnungen sind deshalb immer nur in einer Näherung, nämlich der adiabatischen Näherung durchgeführt worden.

Der Neckparameter ϵ kann in asymmetrischen Systemen nicht mehr frei gewählt werden. Nur für den von Park *et al.* /Par80/ angegebenen Wert von .68, sowie für $\epsilon = 1$ (und spitzer Barriere), konvergieren für $r \rightarrow \infty$ die magnetischen Zweizentren-Unterkonstruktionen in die üblichen Schalenmodell-Zustände. Ähnlich wie in den $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Rechnungen führt der kleinere Wert des Neckparameters zu größeren Kopplungsstärken, insbesondere einer stärkeren Steigung der $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus in der Umgebung des vermiedenen

Kreuzungspunktes und damit zu einem höheren Peak in der radialen Kopplung (näheres s. Abschnitt 3.2.4, Abb. 3.29). In den gekoppelten Kanalrechnungen zeigt sich aber wie schon im $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System, daß die unter Benutzung des Neckparameter-Wertes $\epsilon = 1$ berechneten Wirkungsquerschnitte am besten mit den experimentellen Daten übereinstimmen (s. Abschnitt 3.2.3).

Abb. 3.20 zeigt die Dichte der molekularen Einteilchenwellenfunktionen $\Phi_{\lambda(j)\Omega}$ der beiden $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Zustände des $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveaus in der (ρ', z') -Ebene für drei Relativabstände, die kurz vor, am und schließlich hinter dem vermiedenen Kreuzungspunkt liegen. Wir sehen, daß die Wellenfunktionen der beiden Niveaus beim Passieren der Pseudokreuzung sozusagen gegeneinander ausgetauscht werden ($\rightarrow$ diabatisches Verhalten).⁶ Ein Maß für diese Veränderung der Wellenfunktionen ist die radiale Kopplung. So zeigt denn die in Abb. 3.21(b) dargestellte radiale Kopplung (durchgezogene Linie) zwischen den $2s_{\frac{1}{2}}$ - und $1d_{\frac{5}{2}}$ - ($|\Omega| = \frac{1}{2}$)-Niveaus am Ort der vermiedenen Niveaukreuzung einen Peak. In der oberen Abb. 3.21(a) sind noch einmal die in den gekoppelten Kanalrechnungen explizit mitgenommenen Zweizentren-Niveaus dargestellt. In dieser beschränkten molekularen Basis tritt nur das in Abb. 3.21(b) gezeigte radiale Kopplungselement auf. Um die Signale des von der vermiedenen Niveaukreuzung herrührenden Peaks in der radialen Kopplung in den gekoppelten Kanalrechnungen untersuchen zu können, haben wir das in der Abb. 3.21(b) durch die gepunktete Linie dargestellte radiale Matrixelement künstlich konstruiert, in dem diese Erhöhung unterdrückt ist.

Neben der radialen Kopplung kann das Valenzneutron auch durch Rotationskopplungen zwischen magnetischen Unterzuständen dieser zwei Niveaus angeregt werden. Dabei werden magnetische Unterzustände, deren Ω -Quantenzahlen gleich sind oder sich um 1 unterscheiden, durch die Operatoren der Rotationskopplung aneinander gekoppelt. Dies führt natürlich auch zu Verkopplungen von magnetischen Unterzuständen innerhalb eines Zustandes. Abb. 3.22 zeigt eine Auswahl von diagonalen und nicht diagonalen Matrixelementen verschiedener Drehimpulsoperatoren. Für $r \rightarrow \infty$ nehmen diese Matrixelemente die durch die Gleichungen (2.88) bestimmten Werte an.

3.2.3 Ergebnisse der gekoppelten Kanalrechnungen

Zwei gekoppelte Kanalrechnungen für die elastische und inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C wurden durchgeführt. In der ersten wurden sämtliche Rotationskopplungen und die vollständige radiale Kopplung berücksichtigt. In der zweiten wurde neben den Rotationskopplungen die radiale Kopplung ohne den Peak (gepunktete Kurve in Abb. 3.21(b)) benutzt. Die Ergebnisse

⁶Die Wellenfunktionen der $|\Omega| = \frac{3}{2}$ - und $\frac{5}{2}$ -Unterzustände des $1d_{\frac{5}{2}}$ -Niveaus behalten hingegen ihre asymptotische Form auch für Relativabstände im Bereich der vermiedenen Niveaukreuzung.

dieser zwei gekoppelten Kanalrechnungen sind jeweils durch durchgezogene und gepunktet gezeichnete Linien in den Abb. 3.23 bis 3.26 dargestellt. (Alle in diesem Abschnitt gezeigten Rechnungen stützen sich auf die Verwendung des in der Beschreibung von Abb. 3.18 angegebenen Zweizentren-Parametersatzes mit $\epsilon = 1$).

Abb. 3.23 zeigt die berechneten elastischen und inelastischen Winkelverteilungen für ^{17}O auf ^{12}C bei zwei Einschußenergien, $E_{\text{Lab}} = 50$ und 62 MeV, im Vergleich zu den Daten von Freeman *et al.* /Fre86/. Unsere Rechnungen können das oszillierende Verhalten der Daten mit Maxima zu Minima Verhältnissen von bis zu einer Größenordnung nur reproduzieren, wenn die vollständige radiale Kopplung mit dem durch die Pseudokreuzung hervorgerufenen Peak benutzt wird (durchgezogene Kurven in Abb. 3.23). Außerdem bemerken wir, daß der Peak in der radialen Kopplung zu einem Anstieg des elastischen Wirkungsquerschnittes für Rückwärtsstreuwinkel führt, wie es auch von Freeman *et al.* /Fre86/ in den gemessenen elastischen Winkelverteilungen beobachtet wird.

Abb. 3.24 zeigt die berechnete inelastische Anregungsfunktion, die über die (c.m.) Streuwinkel von 50° bis 90° integriert worden ist, im Vergleich zu den Daten von Freeman *et al.* /Fre86/. Wir sehen wieder, daß die gekoppelte Kanalrechnung zu einer strukturlosen inelastischen Anregungsfunktion führt, wenn der Peak in der radialen Kopplung unterdrückt wird (gepunktete Kurve).

Dieser Effekt wird in Abb. 3.25 noch offensichtlicher, in der die über die Winkel $45^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 55^\circ$ integrierte inelastische Anregungsfunktion für niedrige Einschußenergien von $E_{\text{c.m.}} = 8 - 20$ MeV dargestellt ist. In Abb. 3.26 dargestellte berechnete inelastische Anregungsfunktionen für einen festen Streuwinkel $\theta_{\text{c.m.}}$ zeigen Strukturen mit Breiten von mehreren MeV für $\theta_{\text{c.m.}} = 30^\circ$ bis $1 - 2$ MeV für $\theta_{\text{c.m.}} = 90^\circ$. Ähnliche Oszillationsstrukturen zeigen die Daten von Freeman *et al.* /Fre88/ (s. Dreiecke). Auch diese berechneten Strukturen verschwinden wieder, sobald der Peak in der radialen Kopplung unterdrückt wird (s. gepunktete Kurven). Wir merken noch an, daß in den in Abb. 3.25 und 3.26 dargestellten Rechnungen eine lineare Abhängigkeit des Stärkeparameters W_0 des absorptiven Woods-Saxon Potentials von der Einschußenergie angenommen wurde ($W_0 = -0.241 E_{\text{c.m.}}$).⁷ Die Gegenüberstellung der beiden Rechnungen mit und ohne Landau-Zener-Peak in der radialen Kopplung in den Abb. 3.23 bis 3.26 zeigt auch, daß die Hinzunahme

⁷Wie die Zusammenstellung optischer Potentiale benachbarter Streusysteme von Korotky *et al.* /Kor83/ zeigt, ist diese Annahme nicht unvernünftig. Sie soll die bei niedrigeren Einschußenergien um die Coulomb-Barriere verringerte Absorptionsstärke des imaginären Potentials beschreiben. Die lineare Energieabhängigkeit von W_0 wurde dabei so gewählt, daß für $E_{\text{Lab}} = 62$ MeV W_0 den von Freeman *et al.* angegebenen Wert von -6.17 MeV hat.

Solche Änderungen der Absorptionsstärke verändern die Größenordnung der berechneten Wirkungsquerschnitte. Die in den Rechnungen zu beobachtenden Strukturen können aber nur durch Mitnahme der vollen radialen Kopplung (inklusive Landau-Zener-Peak) erzeugt werden.

des Peaks neben der Erzeugung der Struktur auch zu einem Absinken der inelastischen Wirkungsquerschnitte (bei gleichzeitigem Anstieg des elastischen Streuquerschnittes) führt.

Abb. 3.27 zeigt noch einmal die unter Benutzung der vollen radialen Kopplung und aller Rotationskopplungen berechneten elastischen und inelastischen Winkelverteilungen für ^{17}O auf ^{12}C bei zwei Einschußenergien von $E_{\text{Lab}} = 50$ und 62 MeV im Vergleich zu zwei Rechnungen, die nur die (vollständige) radiale Kopplung (strichpunktierte Linien) oder nur die Rotationskopplungen (gepunktete Linien) verwenden. Wir sehen, daß für die Fütterung der inelastischen Kanäle radiale und Rotations-Kopplung von gleicher Wichtigkeit sind. Die Struktur wird jedoch durch die radiale Kopplung erzeugt.

3.2.4 Berechnung und Untersuchung von über alle Streuwinkel integrierten inelastischen Anregungsfunktionen

Werden die in den Abbildungen 3.23 und 3.24 dargestellten inelastischen Wirkungsquerschnitte für die inelastische Anregung des ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{17}O im Stoß mit ^{12}C über alle Streuwinkel integriert, so ergibt sich der in Abb. 3.28(a) mit der durchgezogen gezeichneten Linie dargestellte, im Gegensatz zu semiklassischen Rechnungen /Abe 83, Mil 85, Par 86, Cha 87/, glatte Verlauf als Funktion der Einschußenergie. Außerdem zeigt Abb. 3.28(a) die über die Streuwinkel-Bereiche $50^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$ (gepunktete Linie) und $90^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 138^\circ$ integrierten inelastischen Anregungsfunktion. Wir erinnern daran, daß diese gekoppelten Kanalrechnungen auf der Verwendung des in Abb. 3.18 angegebenen Parametersatzes von Park *et al.* /Par80/, allerdings unter Benutzung eines anderen Neckparameter-Wertes $\epsilon = 1$, beruhen. Verwenden wir denselben Zweizentren-Parametersatz mit dem von Park *et al.* vorgeschlagenen Neckparameter-Wert $\epsilon = .68$, erhalten wir die in Abb. 3.28(b) dargestellten winkelintegrierten inelastischen Anregungsfunktionen. Die über alle Streuwinkel integrierte inelastische Anregungsfunktion (durchgezogene Linie) zeigt nun ausgeprägte Strukturen bis zu Einschußenergien von $E_{\text{c.m.}} = 15$ MeV, die auch in dem über Teilbereiche von Streuwinkeln integrierten inelastischen Wirkungsquerschnitten (gepunktete und strichpunktierte Linie) auftreten.

Wird in den in Abb. 3.28(b) gezeigten Rechnungen für $\epsilon = .68$ der Peak in der radialen Kopplung (durch gestrichelte Linie in Abbildung 3.29(b) dargestellt) künstlich unterdrückt (wie in Abb. 3.21(b) angedeutet), erhalten wir wieder glatte winkelintegrierte inelastische Anregungsfunktionen. Das obere Teilbild in 3.29(a) zeigt im Vergleich den radialen Verlauf der $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus des $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Zustandes bei Benutzung von $\epsilon = 1$ (durchgezogene Linien) und $\epsilon = .68$ (gestrichelte Linien). Wie wir im Abschnitt 3.2.2 schon andeuteten, führt der niedrigere ϵ -Wert zu einem minimaleren Abstand und

stärkeren Anstieg der beiden sich nicht kreuzenden Niveaus am Pseudokreuzungspunkt, was, wie Abb. 3.29(b) zeigt, zu einem höheren Peak in der radialen Kopplung führt.

Das Auftreten von Strukturen in der über alle Streuwinkel integrierten inelastischen Anregungsfunktion hängt aber nicht allein von der Höhe des Peaks in der radialen Kopplung ab, sondern auch vom optischen Potential. Wie Abb. 3.17 zeigt, liegt der Landau-Zener-Peak der radialen Kopplung schon innerhalb des Absorptionsbereiches des imaginären optischen Potentials. Abb. 3.30 zeigt denn auch, daß selbst für $\epsilon = 1$ bei genügend kleiner Wahl des Absorptionsstärkeparameters W_0 des imaginären optischen Potentials Strukturen in der dann natürlich viel zu großen winkelintegrierten inelastischen Anregungsfunktion auftreten können. Aber selbst für $\epsilon = .68$ ist die über Streuwinkel von 50° bis 90° integrierte inelastische Anregungsfunktion (gepunktete Linie in Abb. 3.28(b)) mehr als fünfmal so groß wie die von Freeman *et al.* gemessenen Daten (vgl. Abb. 3.24).

Die mit dem Neckparameter-Wert $\epsilon = 1$ durchgeführten Zweizentren-Rechnungen liefern also Kopplungsstärken, die zu berechneten Wirkungsquerschnitten führen, die in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sind. Der zweite mögliche Neckparameter-Wert $\epsilon = .68$ führt zwar im Gegensatz zu den Rechnungen mit $\epsilon = 1$ zu Strukturen in der über alle Streuwinkel integrierten inelastischen Anregungsfunktion, allerdings sind die inelastischen Streuquerschnitte zu hoch im Vergleich zu den verfügbaren Daten. Senkt man diese im Vergleich zu den Daten zu hohen Wirkungsquerschnitte durch Veränderungen des imaginären Potentials ab (z.B. durch Erhöhung des Betrages des Absorptionsstärkeparameters W_0 und/oder Vergrößerung der übrigen Parameter des imaginären Potentials r_I, a_I), so werden dabei gleichzeitig die berechneten Strukturen weggedämpft.

Da wir zwischen den durch diese beiden Neckparameter-Werte $\epsilon = 1$ und $.68$ bestimmten Kopplungsstärken (d.h. insbesondere Höhen des Landau-Zener-Peaks in der radialen Kopplung) nicht durch Vorgabe anderer ϵ -Werte interpolieren können (s. Abschnitt 3.2.2), haben wir der Einfachheit halber die für $\epsilon = 1$ sich ergebende radiale Kopplung künstlich mit einem Faktor multipliziert.

Abb. 3.31 zeigt noch einmal den schon in Abbildung 3.28(a) mit einer durchgezogenen Linie dargestellten, sich für $\epsilon = 1$ ergebenden, winkelintegrierten inelastischen Wirkungsquerschnitt, allerdings bei Verwendung eines von der Elasmaßenergie linear abhängigen Absorptionsstärkeparameters W_0 des imaginären Woods-Saxon-Potentials ($W_0 = -.241E_{\text{c.m.}}$). Wird das radiale Kopplungsmatrixelement (durchgezogene Linie in Abb. 3.21(b)) mit dem Faktor 1.5 multipliziert, erhalten wir die in Abb. 3.31 mit einer gepunkteten Kurve dargestellte, über alle Streuwinkel integrierte, inelastische Anregungsfunktion. Sie zeigt ausgeprägte Strukturen mit einer Breite von etwa 5 MeV bis zu Energien von etwa 16 MeV.⁸ In den Abbildungen 3.32(a)

⁸Diese Strukturen verschwinden, wenn der von der vermiedenen Niveaukreuzung her-

und (b) sind diese beiden winkelintegrierten inelastischen Anregungsfunktionen nach Partialwellen zerlegt worden. Wie Abb. 3.32(b) zeigt, rührt die Struktur der inelastischen, winkelintegrierten Anregungsfunktion, die sich bei Benutzung der mit 1.5 multiplizierten radialen Kopplung ergibt, von einer Doppelpeak-Struktur der partialen Wirkungsquerschnitte mit $I < 12.5\hbar$ her. Die Rechnung mit der für $\epsilon = 1$ normalen radialen Kopplungsstärke führt auf inelastische partielle Wirkungsquerschnitte mit breiter glockenförmiger Struktur (s. Abb. 3.32(a)).

Nach Tabelle 3.II gibt es insgesamt sechs elastische Kanäle, die alle jeweils an einen der beiden inelastischen Kanäle ankoppeln. Jedem dieser sechs Übergänge entspricht ein S -Matrixelement, deren inkohärente Summation für einen gegebenen (totalen) Drehimpuls I dann den partialen Wirkungsquerschnitt σ^I ergibt (s. Gleichung (E.25)). Abb. 3.33 zeigt den Absolutbetrag des S -Matrixelementes für drei dieser sechs Übergänge aus jeweils einem der elastischen in einen inelastischen Kanal für die beiden Rechnungen mit unterschiedlicher radialer Kopplungsstärke. Wir sehen, daß die Doppelpeak-Struktur der partialen Wirkungsquerschnitte (Abb. 3.32(b)) von Peaks im Absolutbetrag verschiedener Übergangs- S -Matrixelemente herrührt (s. linke Hälfte von Abb. 3.33). So treten die Peaks der S -Matrixelemente für den inelastischen Übergang aus dem elastischen Kanal mit minimalem Bahndrehimpuls $l = I - 2.5$ bei etwa 1 MeV niedrigeren Energien auf als für die beiden anderen gezeigten Übergänge. Die Übergangs- S -Matrixelemente, die sich bei Verwendung der normalen radialen Kopplungsstärke in den Rechnungen ergeben, zeigen ähnlich den partialen Wirkungsquerschnitten (Abb. 3.32(a)) breite glockenförmige Strukturen.

Die linke Hälfte der Abb. 3.34 zeigt, daß an den Stellen, wo der Absolutbetrag eines Übergangs- S -Matrixelementes gepeakt ist, der Betrag des entsprechenden diagonalen elastischen S -Matrixelementes eine resonanzähnliche Struktur hat. Diese Resonanzstrukturen treten bei Energien auf, die in der Nähe der Barrieren der reellen effektiven diagonalen Potentiale liegen. Wie die rechte Hälfte der Abb. 3.34 zeigt, entstehen die Resonanzen in den elastischen diagonalen S -Matrixelementen durch die erhöhte radiale Kopplung.⁹

Die Peaks der in der Abb. 3.32(b) gezeigten partialen inelastischen Wirkungsquerschnitte sind also mit Resonanzstrukturen korreliert, die in den elastischen Eingangskanälen für Energien nahe der Barrierenenergie der reellen diagonalen Potentiale auftreten. Ähnliches beobachtet man auch in semiklassischen Rechnungen (/Par86/): die dort berechneten partialen inelastischen Wirkungsquerschnitte zeigen immer ein scharfes Maximum bei der Einschußenergie, die gleich der Barrierenenergie des effektiven reellen

rührende Peak in der radialen Kopplung künstlich unterdrückt oder wenn das reelle optische Woods-Saxon-Potential durch ein reines Coulomb-Potential ersetzt wird.

⁹Anschaulich könnte man sagen, daß wenn die von der Ausbildung des molekularen Orbitals ausgehende Bindung des Kern-Kern-Systems durch das Valenzneutron genügend stark ist, (kernmolekulare) Resonanzzustände gebildet werden.

Potentiales ist — vorausgesetzt, daß die Potentialbarriere in der Nähe der vermiedenen Niveaureuzung liegt. Klassisch betrachtet ist nämlich für diese Energie an der Barrierspitze des reellen Potentials die radiale Geschwindigkeit gleich Null und damit die Kontaktzeit des Kern-Kern-Systems in der Nähe des vermiedenen Kreuzungspunktes maximal ('orbiting').

Vergleicht man die mit den beiden unterschiedlichen radialen Kopplungsstärken berechneten inelastischen Winkelverteilungen mit den Daten (s. Abb. 3.35), so sieht man, daß für die mit 1.5 multiplizierte radiale Kopplung die berechneten elastischen Winkelverteilungen deutlich höher als die experimentellen Daten liegen.

Wir finden also, daß auch in voll quantenmechanischen Rechnungen (im Particle-Core-Modell) ähnlich zu semiklassischen Rechnungen Strukturen aufgrund des nuklearen Landau-Zener-Effektes in über alle Streuwinkel integrierten inelastischen Anregungsfunktionen auftreten können. Diese Strukturen treten bei Einschüßenergien, die nahe der Coulomb-Barriere liegen, auf und reichen bis etwa $E_{c.m.} = 16$ MeV. Die für das Auftreten der Strukturen in der winkelintegrierten inelastischen Anregungsfunktion erforderlichen Kopplungsstärken führen allerdings zu elastischen Winkelverteilungen, die zumindest bei den von Freeman *et al.* /Fre86/ gemessenen Energien von $E_{c.m.} \simeq 18 - 28$ MeV zu hoch im Vergleich zu den Daten sind. Die für den Neckparameter-Wert $\epsilon = 1$ sich ergebenden Kopplungsstärken führen zu berechneten elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitten, die am besten mit den experimentellen Daten übereinstimmen. Werden diese inelastischen Wirkungsquerschnitte aber über alle Streuwinkel integriert, ergibt sich eine glatte inelastische Anregungsfunktion.

Dies schließt allerdings im Prinzip nicht aus, daß bei Energien, die unterhalb des von Freeman *et al.* /Fre86/ vermessenen Energiebereiches liegen, wie in diesem Abschnitt studierte, höhere Kopplungsstärken auftreten könnten, die dann zu den in Abb. 3.31 gezeigten Strukturen in der winkelintegrierten inelastischen Anregungsfunktion führen. Haben wir doch gesehen, daß die Kopplungsstärken sensitiv durch den Neckparameter-Wert ϵ des Zweizentren-Schalenmodells beeinflußt werden. Die Behandlung dieses Neckparameters als zusätzlichen dynamischen Freiheitsgrad¹⁰ könnte aber gerade zu derartigen Kopplungen führen.

¹⁰Diese Frage wird derzeit in Giessen von R. Maaß *et al.* /Maa 88/ untersucht.

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

Das molekulare Particle-Core Modell ist auf zwei Streusysteme angewendet worden: das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - und $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -Streusystem. Hierzu mußte die schon bestehende Formulierung des Modells /Par72, Ter75, Ter78, Par79, Kön82/ zur Behandlung des Einneutronentransfers im $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System und asymmetrischer Streusysteme ($^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$) erweitert werden.

Die Parameter des Zweizentren-Schalenmodells und das optische Potential sind die einzigen zu spezifizierenden Eingabegrößen für die Modellrechnungen. Die Parameter des Zweizentren-Schalenmodells (mit Ausnahme des Neckparameters ϵ) werden durch Anpassen der für $r \rightarrow \infty$ und $r = 0$ berechneten Einteilchenenergien an die entsprechenden, experimentell gemessenen Einteilchenenergien um die Fermi-Kante der einlaufenden Kerne und des von diesen gebildeten vereinigten Kernes bestimmt. Der Neckparameter ϵ legt die Höhe der Zweizentren-Potentialbarriere, die zwischen den beiden Kernzentren liegt, fest. Er bestimmt sensitiv den Grad der molekularen Polarisation der Zweizentren-Wellenfunktionen und damit die Kopplungsstärke. Der Vergleich berechneter Wirkungsquerschnitte mit den experimentellen Daten zeigt, daß für beide Streusysteme der Neckparameter-Wert $\epsilon = 1$ die beste Reproduktion der Daten liefert. Das optische Potential, das die mittlere Wechselwirkung zwischen den beiden aneinander streuenden Kernen beschreibt, wird einfach durch das die jeweilige elastische $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - und $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -Streuung beschreibende optische Potential ersetzt.

Diese zwei oben genannten Eingabegrößen voraussetzend, konnten sowohl elastische, inelastische und Einnukleonen-Transfer-Streudaten der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung /Ko83, Bal84/, als auch die von Feeman *et al.* /Fre86/ gemessene elastische und inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C einheitlich im molekularen Particle-Core-Modell beschrieben werden.

Die gekoppelten Kanalrechnungen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streusystem haben gezeigt, daß im Particle-Core-Modell der dominante Mechanismus für die Transferreaktion $^{13}\text{C}(^{13}\text{C},^{12}\text{C})^{14}\text{C}$ direkt mit dem molekularen Charakter

der Zweizentren-Wellenfunktionen, die die Valenzneutronen beschreiben, verknüpft ist. Die Polarisierung der Valenzorbitale führt zu nichtverschwindenden Rotationskopplungen zwischen den elastischen und Transferkanälen. Hiervon ist die Coriolis-Kopplung aufgrund ihrer Abhängigkeit vom Gesamtdrehimpuls die dominante, die Transferkanäle hauptsächlich speisende Kopplung. Die in der Anregungsfunktion für den Transfer zu beobachtende Grobstruktur konnte auf die Interferenz aufeinanderfolgender ungeradzahlicher Partialwellen zurückgeführt werden. Die Strukturen in den entsprechenden S -Matrixelementen sind hierbei mit dem Auftreten von Resonanzzuständen in der Relativbewegung korreliert. Diese Zustände liegen knapp oberhalb der Barrieren der reellen diagonalen Potentiale der elastischen und Transfer-Kanäle.

In den Rechnungen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System wurden Rückstoßeffekte und die aufgrund der Antisymmetrisierung entstehenden Änderungen der Relativkoordinate vernachlässigt. Dies ist angesichts der Tatsache gerechtfertigt, daß die Hauptbeiträge der Kopplungspotentiale vom Oberflächenbereich des optischen Potentials kommen. Im Oberflächenbereich ist der Überlapp zwischen den Streupartnern klein und deshalb sollten mögliche Korrekturen von diesen Termen keine entscheidende Rolle spielen. Bei der Anwendung des molekularen Particle-Core-Modells auf Mehrnukleonen-Transferreaktionen ist aber zu prüfen, inwieweit diese Vernachlässigungen noch gerechtfertigt sind.

Die Rechnungen für das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System zeigten schließlich, daß all die verschiedenen, in den Daten für die elastische und inelastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C zu beobachtenden Strukturen, wie oszillierendes Verhalten der inelastischen Winkelverteilungen, energieabhängige Strukturen in der über die Streuwinkel von 50° bis 90° integrierten inelastischen Anregungsfunktion und der Anstieg der elastischen Winkelverteilung für Rückwärtsstreuwinkel, auf ein einziges, eindeutig molekulares Phänomen zurückgeführt werden können, nämlich auf die vermiedene Niveaufkreuzung der $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Zweizentren-Niveaus mit $|\Omega| = \frac{1}{2}$. Diese Strukturen, die in den Rechnungen nur durch den aufgrund der vermiedenen Niveaufkreuzung entstehenden Peak in der radialen Kopplung erzeugt und reproduziert werden können, lassen sich somit als Signale eines Landau-Zener-artigen Überganges interpretieren. Dies beweist, daß molekulare (d.h. Zweizentren-) Orbitale im Stoß gebildet werden müssen. Das heißt aber, daß Kernmoleküle existieren. Andernfalls hätte es ja sonst gar nicht zur Ausbildung dieser molekularen Einteilchenorbitale kommen können!

Wie die berechneten inelastischen $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -Anregungsfunktionen weiterhin zeigen, sollten für Einschußenergien, die unterhalb des von Freeman *et al.* /Fre86/ vermessenen Bereiches von $E_{\text{c.m.}} = 18\text{--}28\text{ MeV}$ liegen, ebenfalls Strukturen auftreten, die von dem nuklearen Landau-Zener-Effekt herrühren. In diesem unteren Bereich von Einschußenergien treten dabei sogar Strukturen von etwa .5 MeV Breite in der über alle Streuwinkel (bzw. ei-

nen großen Winkelbereich) integrierten inelastischen Anregungsfunktion auf, vorausgesetzt, daß die radialen Kopplungen in diesem Energiebereich stärker sind, als wir es bei den jetzigen Parametern unseres Modells zur Beschreibung der Streudaten von Freeman *et al.* /Fre86/ annehmen mußten. Diese Strukturen rühren von Resonanzzuständen in der Relativbewegung her, die durch den nuklearen Landau-Zener-Effekt hervorgerufen werden und bei Energien nahe den Barrieren der effektiven reellen diagonalen Potentiale der elastischen Kanäle liegen.

Mit der Identifizierung des nuklearen Landau-Zener-Effektes ist ein eindeutiger Indikator für die Bildung von Streuzuständen kernmolekularer Natur in Schwerionenstößen gefunden worden. Experimente zur Suche nach Signaturen des nuklearen Landau-Zener-Effekts in Streusystemen, die schwerer als das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System sind, sind derzeit in Planung /Bil88, Bro88/. Daneben müssen aber auch erweiterte theoretische Untersuchungen zeigen, ob z.B. in anderen Streusystemen mit mehreren Valenz-Neutronen und/oder auch -Protonen ($\rightarrow$ Berücksichtigung der Restwechselwirkung und des Isospin-Freiheitsgrades) oder in anderen Reaktionskanälen, in denen beispielsweise Core-Anregungen stattfinden ($\rightarrow$ Wechselwirkung zwischen kernmolekularen kollektiven und Einteilchen-Effekten), Signale des nuklearen Landau-Zener-Effektes auftreten, die die Natur kernmolekularer Zustände verstehen helfen.

ANHANG

A. Zur Berechnung der kinetischen Energie im rotierenden System

Zur Vereinfachung der Notation lassen wir im folgenden den Index s , der die Fragmentation s kennzeichnet, fort. Betrachten wir zunächst den zweiten Term der kinetischen Energie (2.5). Ausgehend von (2.7)

$$\vec{p}_r = \frac{\hbar}{i} \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\vec{e}_r}{r} \times (\vec{I} - \vec{J}')$$

bilden wir

$$\begin{aligned} (\vec{p}_r \cdot \vec{p}_r) &= \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\vec{e}_r}{r} \times (\vec{I} - \vec{J}') \right) \\ &= -\hbar^2 \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \left[\frac{\vec{e}_r}{r} \times (\vec{I} - \vec{J}') \right]^2 \\ &= -\hbar^2 \left(\frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) + \frac{(\vec{I} - \vec{J}')^2}{r^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

wobei wir ausnutzen, daß $(\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_r) = \frac{2}{r}$ (Beachte: $\vec{\nabla} \cdot (\psi \vec{a}) = \vec{a}(\vec{\nabla} \psi) + (\vec{\nabla} \cdot \vec{a})\psi$) und $(\vec{I} - \vec{J}') \perp \vec{e}_r$ ist.

Zur Behandlung des dritten Terms in (2.5) schreiben wir den darin vorkom-

menden Klammerausdruck zunächst um. Es gilt

$$\vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{p}_{ic.m.}) = (\vec{r} \cdot \vec{p}_{ic.m.}) \vec{r} - r^2 \vec{p}_{ic.m.} \quad (A.2)$$

D.h.

$$\vec{p}_{ic.m.} = \frac{1}{r^2} (\vec{r} \cdot \vec{p}_{ic.m.}) \vec{r} - \frac{\vec{e}_r}{r} \times (\vec{r} \times \vec{p}_{ic.m.}) \quad (A.3)$$

bzw.

$$\vec{p}'_{ic.m.} = (\vec{e}_{2'} \cdot \vec{p}'_{ic.m.}) \vec{e}_{2'} - \vec{e}_{2'} \times (\vec{e}_{2'} \times \vec{p}'_{ic.m.}) \quad (A.4)$$

mit $\vec{r} = r \vec{e}_{2'}$.

Somit können wir den Klammerausdruck

$$\left(\frac{1}{A_1 M} \sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}'_{ic.m.} - \frac{1}{A_2 M} \sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}'_{ic.m.} \right)$$

ersetzen durch

$$\frac{1}{\mu} \frac{\hbar}{i} D \vec{e}_{2'} - \frac{1}{\mu r^2} (\vec{r} \times \vec{J}_0), \quad (A.5)$$

wobei D und $\vec{J}_0$ in (2.13b) bzw. (2.11b) gegeben sind und $\mu = \frac{A_1 A_2 M}{A_1 + A_2}$ die reduzierte Masse des Systems bezeichnet.

(A.5) vertauscht aber nicht mehr mit dem Operator des Impulses der Relativbewegung $\vec{p}_r$, weil $(\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_r) = \frac{2}{r} \neq 0$. Wir bilden deshalb den symmetrischen

Ausdruck

$$\frac{1}{2} \{ (\dots) \cdot \vec{p}_r + \vec{p}_r \cdot (\dots) \}.$$

Für diesen Ausdruck erhalten wir dann

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \{ \vec{p}_r \cdot (\dots) + (\dots) \cdot \vec{p}_r \} &= \frac{1}{2} \left\{ 2 \left[\frac{1}{\mu} \left(\frac{\hbar}{i} \right)^2 \mathcal{D} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\mu r^2} (\vec{e}_r \times \vec{J}_0) \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot (\vec{e}_r \times [(\vec{I} - \vec{J}_a) - \vec{J}_0]) \right] + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\hbar}{i} \right)^2 \frac{2}{r} \mathcal{D} \right\}. \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

Auch hier haben wir wieder ausgenutzt, daß $(\vec{e}_r \times \vec{J}_0)$ bzw. $(\vec{e}_r \times (\vec{I} - \vec{J}_a))$ keine Komponenten in Richtung $\vec{e}_r$ besitzen.

Den letzten Term in (A.6)

$$\frac{1}{\mu r^2} \left\{ (\vec{e}_{2'} \times \vec{J}_0) \cdot (\vec{e}_{2'} \times (\vec{I} - \vec{J}_a)) - (\vec{e}_{2'} \times \vec{J}_0)^2 \right\}$$

formen wir mittels der Lagrangeschen Identität

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{b} \cdot \vec{c})(\vec{a} \cdot \vec{d}) \quad (\text{A.7})$$

in

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu r^2} \left\{ \vec{J}_0 \cdot (\vec{I} - \vec{J}_a) - \cancel{(\vec{J}_0 \cdot \vec{e}_{2'})} \cancel{(\vec{e}_{2'} \cdot (\vec{I} - \vec{J}_a))} - \vec{J}_0^2 + \cancel{(\vec{J}_0 \cdot \vec{e}_{2'})^2} \right\} \\ = \frac{1}{\mu r^2} \left\{ \vec{J}_0 \cdot (\vec{I} - \vec{J}_a) - \vec{J}_0^2 \right\} \quad (\text{A.8}) \end{aligned}$$

um.

Für den zweiten und dritten Term der kinetischen Energie in (2.5) erhalten wir also zusammengefaßt

$$- \frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + 2 \mathbb{D} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r} \mathbb{D} \right) + \\ + \frac{1}{2\mu r^2} \left\{ (\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}')^2 + 2 \vec{\mathcal{J}}_0 \cdot (\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}_a) - 2 \vec{\mathcal{J}}_0^2 \right\},$$

was wir wegen

$$(\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}')^2 = [(\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}_a) - \vec{\mathcal{J}}_0]^2 = (\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}_a)^2 - 2 \vec{\mathcal{J}}_0 \cdot (\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}_a) + \vec{\mathcal{J}}_0^2$$

auch als

$$- \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} r^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathbb{D} \right) + \mathbb{D} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{2\mu r^2} [(\vec{\mathcal{I}} - \vec{\mathcal{J}}_a)^2 - \vec{\mathcal{J}}_0^2] \quad (\text{A.9})$$

schreiben können. Nun ist

$$- \frac{1}{2\mu r^2} \vec{\mathcal{J}}_0^2 = - \frac{1}{2\mu} (\vec{e}_{z'} \times \vec{\mathcal{D}})^2 \\ = - \frac{1}{2\mu} [\vec{\mathcal{D}}^2 - (\vec{\mathcal{D}} \cdot \vec{e}_{z'})^2] \\ = - \frac{1}{2\mu} \vec{\mathcal{D}}^2 + \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\hbar}{i} \mathbb{D} \right)^2, \quad (\text{A.10})$$

wobei

$$\vec{D} = \frac{1}{A} \left(A_2 \sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' - A_1 \sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right) \quad (A.11)$$

mit $\vec{p}_{i.c.m.}' = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}_{i.c.m.}'$, $\vec{D} \cdot \vec{e}_2 = \frac{\hbar}{i} D$

ist. D.h.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\mu} \vec{D}^2 &= -\frac{1}{2\mu} \left\{ \frac{1}{A} \left[A_2 \sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' - A_1 \sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right] \right\}^2 \\ &= \left(-\frac{1}{2\mu} \right) \frac{1}{A^2} \left[A_2^2 \left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 + A_1^2 \left(\sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 2 A_1 A_2 \sum_{\substack{1 \leq i \leq N_1 \\ N_1 < j \leq N}} \vec{p}_{i.c.m.}' \cdot \vec{p}_{j.c.m.}' \right] \\ &= -\frac{1}{2AM} \left[\frac{A_2}{A_1} \left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 + \frac{A_1}{A_2} \left(\sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{\substack{1 \leq i \leq N_1 \\ N_1 < j \leq N}} \vec{p}_{i.c.m.}' \cdot \vec{p}_{j.c.m.}' \right]. \quad (A.12) \end{aligned}$$

Der letzte Term in der kinetischen Energie (2.5)

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2AM} \left(\sum_{i=1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 &= -\frac{1}{2AM} \left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' + \sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 \\
 &= -\frac{1}{2AM} \left[\left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 + \left(\sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sum_{\substack{1 \leq i \leq N_1 \\ N_1+1 \leq j \leq N}} \vec{p}_{i.c.m.}' \cdot \vec{p}_{j.c.m.}' \right] \quad (A.13)
 \end{aligned}$$

gibt zusammen mit (A.12) also gerade

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2\mu} \vec{D}^2 - \frac{1}{2AM} \left(\sum_{i=1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 \\
 &= -\frac{1}{2AM} \left[\left(\frac{A_2}{A_1} + 1 \right) \left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 + \left(\frac{A_1}{A_2} + 1 \right) \left(\sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 \right] \\
 &= -\frac{1}{2A_1 M} \left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2 - \frac{1}{2A_2 M} \left(\sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i.c.m.}' \right)^2. \quad (A.14)
 \end{aligned}$$

Sammeln wir alle Terme, d.h. (A.9) mit (A.10) und (A.14), ergibt sich

schließlich für die kinetische Energie im mitrotierenden Koordinatensystem:

$$\begin{aligned}
 T &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} r^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) + \mathcal{D} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} r^2 \mathcal{D} \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{2\mu r^2} (\vec{I} - \vec{J}_a)^2 \\
 &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) r^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) + \frac{(\vec{I} - \vec{J}_a)^2}{2\mu r^2} \\
 &\quad - \frac{1}{2A_1 H} \left(\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_{i,c.m.}^1 \right)^2 - \frac{1}{2A_2 H} \left(\sum_{i=N_1+1}^N \vec{p}_{i,c.m.}^1 \right)^2. \quad (A.15)
 \end{aligned}$$

B. Hermitesierung der radialen Matrixelemente

Betrachten wir zunächst den zu $\frac{d}{dr}$ proportionalen Term von (2.76a)

$$\delta_{H'H''} \left[2 \langle \tilde{\Phi}_{K(s)H'} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_{S''} \right) | \tilde{\Phi}_{K'(s')H'}^A \rangle \frac{d}{dr} + \text{h.c.} \right] \quad (\text{B.1})$$

Der $\frac{d}{dr}$ -Operator wirkt auf die Wellenfunktion der Relativbewegung, d.h. wir müssen anstelle von (B.1) zunächst den Ausdruck¹

$$2 \left\{ \int u_K^* \langle \tilde{\Phi}_K | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle \frac{d}{dr} u_{K'} dr + \left[\int u_{K'}^* \langle \tilde{\Phi}_{K'} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A | \tilde{\Phi}_K \rangle \frac{d}{dr} u_K dr \right]^* \right\} \quad (\text{B.2})$$

betrachten. Den zweiten Term formen wir durch partielle Integration um, wobei wir ausnutzen, daß die radialen Matrixelemente für $r \rightarrow \infty$ verschwinden (s. Anhang D.II) und $u_K(r=0) = 0$ ist. (B.2) geht dann über in

$$2 \int u_K^* \left\{ \langle \tilde{\Phi}_K | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle \frac{d}{dr} - \langle \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A \tilde{\Phi}_K | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle \frac{d}{dr} - \frac{d}{dr} \left[\langle \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A \tilde{\Phi}_K | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle \right] \right\} u_{K'} dr. \quad (\text{B.3})$$

¹Für die Rechnung nicht relevante Indizes bzw. Argumente lassen wir im folgenden der Übersichtlichkeit wegen fort.

D.h. wir erhalten für (B.1)

$$\begin{aligned}
& 2 \langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} \right) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + h.c. \\
& = 2 \left\{ \left[\langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} \right) A | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle + \langle A \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} \right) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \frac{d}{dr} \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{dr} \left[\langle A \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_{s''} \right) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \right\}. \quad (B.4)
\end{aligned}$$

Den letzten Term in (B.4) werden wir weiter unten bei der Auswertung des in den radialen Operatoren quadratischen Anteils der radialen Kopplung (2.76a) betrachten. Für die beiden ersten Terme in (B.4) können wir weiter schreiben, wenn wir benutzen, daß

$$\begin{aligned}
& \langle \tilde{\Phi}_k | D_{s''} | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_k^A | D_{s''} | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
& = \langle \tilde{\Phi}_k(1,2) | D_{s''}(1,2) [\tilde{\Phi}_{k'}(1,2) - \tilde{\Phi}_{k'}(2,1)] \rangle \\
& \quad + \langle \tilde{\Phi}_k(1,2) | D_{s''}(1,2) \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) - D_{s''}(2,1) \tilde{\Phi}_{k'}(2,1) \rangle \\
& = \begin{cases} 2 \langle \tilde{\Phi}_k(1,2) | D_{s''=0}(1,2) | \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) \rangle & \text{für } s''=0 \\ 2 \langle \tilde{\Phi}_k(1,2) | D_{s''=1}(1,2) | \tilde{\Phi}_{k'}^A(1,2) \rangle & \text{für } s''=1 \end{cases} \quad (B.5) \\
& \quad (\text{weil } D_{s''=0}(2,1) = -D_{s''=0}(1,2) \text{ und } D_{s''=1}(2,1) = D_{s''=1}(1,2))
\end{aligned}$$

ist, und wieder annehmen, daß der Antisymmetrisierungsoperator näherungs-

weise mit dem $\frac{\partial}{\partial r}$ -Operator vertauscht:

$$\begin{aligned}
 & 2 \left[\langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_0 \right) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_k^A | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_0 \right) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \frac{d}{dr} \\
 & = 4 \left[\langle \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_k | \mathcal{D}_0 | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \frac{d}{dr} \quad (\text{B.6a})
 \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 & 2 \left[\langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1 \right) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_k^A | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1 \right) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \frac{d}{dr} \\
 & = 4 \left[\langle \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_k | \mathcal{D}_1 | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \frac{d}{dr} \quad (\text{B.6b})
 \end{aligned}$$

Wir betrachten nun den in den Radialoperatoren quadratischen Term der radialen Kopplung (2.76a) zusammen mit dem bis jetzt noch unberücksichtigt gebliebenen letzten Term aus (B.4):

$$\begin{aligned}
 & \langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right)^2 | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + h.c. + 2 \frac{d}{dr} \left[\langle \tilde{\Phi}_k^A | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \right] \\
 & = \langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right)^2 A | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle + \langle \tilde{\Phi}_{k'} | \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right)^2 A | \tilde{\Phi}_k \rangle^* \\
 & \quad - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A \tilde{\Phi}_k | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle - 2 \langle \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D} \right) A \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
 & = \langle \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{D} + \mathcal{D}^2 \right) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + \langle \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{D} + \mathcal{D}^2 \right) \tilde{\Phi}_k^A | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
 & \quad - 2 \langle \frac{\partial^2}{\partial r^2} \tilde{\Phi}_k^A | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{D} \tilde{\Phi}_k^A | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
 & \quad - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_k^A | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'} \rangle - 2 \langle \mathcal{D} \tilde{\Phi}_k^A | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'} \rangle. \quad (\text{B.7})
 \end{aligned}$$

Benutzen wir die Relation

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{d^2}{dr^2} \langle \tilde{\Phi}_K | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\
 &= \langle \frac{\partial^2}{\partial r^2} \tilde{\Phi}_K | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial^2}{\partial r^2} \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

und die (natürlich wiederum nur näherungsweise erfüllte) Vertauschbarkeit des Antisymmetrisierungsoperators A mit $\frac{\partial}{\partial r}$ und D^2 , so können wir für (B.7) schreiben:

$$\begin{aligned}
 &\langle \tilde{\Phi}_K | \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2D^2 \right) | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\
 &+ 2 \left[\langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} D | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle - \langle D \tilde{\Phi}_K^A | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K'} \rangle \right] \\
 &- \left\{ \langle \frac{\partial^2}{\partial r^2} \tilde{\Phi}_K | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \right\} \\
 &= \langle \tilde{\Phi}_K | \left(2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2D^2 \right) | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\
 &+ 2 \left[\langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} D | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_K^A | \frac{\partial}{\partial r} D | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle \right] \\
 &= 2 \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial^2}{\partial r^2} + D^2 | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\
 &+ 2 \begin{cases} 2 \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} D_0 | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle & \text{für } s''=0 \\ 2 \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} D_1 | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle & \text{für } s''=1 \end{cases} ,
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

wobei der in den eckigen Klammern stehende Ausdruck wie in (B.5) gezeigt ausgewertet wurde. (B.9) zusammen mit (B.6a,b) ergibt dann (2.79a und b).

C. Umordnung der radialen Kopplung in zwei getrennt hermitesche Terme

Wir wollen die radiale Kopplung (2.79a bzw. b) in zwei Terme umordnen, die jeder für sich hermitesch sind und dabei nur Matrixelemente enthalten, die linear bzw. quadratisch in den Radialoperatoren der kinetischen Energie sind.

Ein Operator $\hat{O}$ ist hermitesch, wenn für seine Matrixdarstellung $O_{kk'}(r)$ gilt

$$O_{kk'}(r) = O_{k'k}^*(r), \quad (C.1)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \int u_k^*(r) O_{kk'}(r) u_{k'}(r) dr &= \left\{ \int u_{k'}^*(r) O_{k'k}(r) u_k(r) dr \right\}^* \\ &= \int u_{k'}(r) O_{k'k}(r) u_k^*(r) dr, \quad (C.2) \end{aligned}$$

wenn wir wieder berücksichtigen, daß in den Matrixelementen $O_{kk'}(r)$ noch Operatoren stehen, die auch auf die Radialfunktionen $u_k(r)$ wirken können.

Betrachten wir zunächst die in $\frac{\partial}{\partial r}$ bzw. D linearen Matrixelemente von (2.79), die wir mit (2.81) auch als

$$L_{KK'}^{\text{rad}}(s'') = 2 M_{KK'}(s'') \frac{d}{dr} \quad (C.3)$$

schreiben können. Für die Ausdrücke (2.81) gilt

$$M_{k'k}^* = -M_{kk'} \quad (C.4)$$

Setzen wir (C.3) in (C.2) ein, so finden wir mit (C.4) und Ausführung der

partiellen Integration (beachte das dazu in Anhang B Gesagte)

$$\begin{aligned}
 \int u_{k'}(r) L_{k'k}^{\text{rad}} u_k^*(r) dr &= 2 \int u_{k'}(r) \left\{ -H_{kk'} \frac{d}{dr} \right\} u_k^*(r) dr \\
 &= 2 \int u_k^*(r) \frac{d}{dr} \{ H_{kk'} u_{k'}(r) \} dr \\
 &= \int u_k^* L_{kk'}^{\text{rad}} u_{k'}(r) dr \\
 &\quad + 2 \int u_k^*(r) \left(\frac{d}{dr} H_{kk'} \right) u_{k'}(r) dr.
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

Wir müssen also (C.3) um einen Term der Form $\left(\frac{d}{dr} M_{kk'} \right)$ ergänzen (beachte (C.4)!), um die Hermitezitätsbedingungen (C.2) zu erfüllen:

$$A_{kk'} = L_{kk'}^{\text{rad}} + \frac{d}{dr} (H_{kk'}). \tag{C.6}$$

Dies ist aber gerade der Ausdruck (2.81).

Von den übrigen beiden letzten Termen in der radialen Kopplung (2.79a, b), die Matrixelemente quadratisch in den Radialoperatoren enthalten, muß natürlich nun der in (C.6) hinzugenommene zweite Term wieder abgezogen werden:

$$\begin{aligned}
 B_{kk'}(s^a=0) &= 2 \langle \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial^2}{\partial r^2} + D_0^2 | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle + 4 \langle \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial}{\partial r} D_0 | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
 &\quad - 2 \frac{d}{dr} \left[\langle \tilde{\Phi}_k | D_0 | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle + \langle \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle \right],
 \end{aligned} \tag{C.7a}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{KK'}(s''=1) = & 2 \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \mathcal{D}_1^2 | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + 4 \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{D}_1 | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\ & - 2 \frac{d}{dr} \left[\langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1 | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \right]. \end{aligned} \quad (C.7b)$$

Für (C.7a) können wir weiter schreiben

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{KK'}(s''=0) = & 2 \langle \tilde{\Phi}_K | \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \mathcal{D}_0^2 \right) | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + \frac{2}{4} \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{D}_0 | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\ & - 2 \left[\langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial^2}{\partial r^2} | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \right. \\ & \left. + \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_K | \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle + \langle \tilde{\Phi}_K | \mathcal{D}_0 \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \right]. \end{aligned} \quad (C.8)$$

Partielle Integration führt auf

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{KK'}(s''=0) = & -2 \langle \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_K | \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle - 2 \langle \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle \\ & - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_K | \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_{K'}^A \rangle. \end{aligned} \quad (C.9)$$

Nun ist

$$\begin{aligned}
 \langle D_0 \tilde{\Phi}_k | D_0 \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle &= \langle D_0(1,2) \tilde{\Phi}_k(1,2) | D_0(1,2) \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) \\
 &\quad - D_0(1,2) \tilde{\Phi}_{k'}(2,1) \rangle \\
 &= \langle D_0(1,2) \tilde{\Phi}_k(1,2) | D_0(1,2) \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) \rangle \\
 &\quad - \langle D_0(2,1) \tilde{\Phi}_k(2,1) | D_0(2,1) \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) \rangle \\
 &= \langle D_0(1,2) \tilde{\Phi}_k(1,2) - D_0(1,2) \tilde{\Phi}_k(2,1) | D_0(1,2) \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) \rangle \\
 &= \langle D_0 \tilde{\Phi}_k^A | D_0 \tilde{\Phi}_{k'} \rangle, \tag{C.10}
 \end{aligned}$$

weil $D_0(1,2) = -D_0(2,1)$. Führen wir noch die Notation

$$\tilde{\Phi}_k^A = \tilde{\Phi}_k - \tilde{\Phi}_k^{ex} \quad \text{mit} \quad \tilde{\Phi}_k^{ex} = \tilde{\Phi}_k(2,1) \tag{C.11}$$

ein, können wir (C.9) mit (C.10), (C.11) in die Form

$$\begin{aligned}
 B_{kk'}(s''=0) &= -2 \langle D_0 \tilde{\Phi}_k^A | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_0 \right) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle - 2 \langle D_0 \tilde{\Phi}_k^{ex} | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
 &\quad - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_k | \left(\frac{\partial}{\partial r} + D_0 \right) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_k | D_0 \tilde{\Phi}_{k'}^{ex} \rangle \tag{C.12}
 \end{aligned}$$

bringen. Benutzen wir, daß

$$\begin{aligned}
 \langle \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_k^{ex} | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'} \rangle &= \langle \mathcal{D}_0(1,2) \tilde{\Phi}_k(2,1) | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'}(1,2) \rangle \\
 &= \langle \mathcal{D}_0(2,1) \tilde{\Phi}_k(1,2) | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'}(2,1) \rangle \\
 &= \langle -\mathcal{D}_0(1,2) \tilde{\Phi}_k(1,2) | \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'}(2,1) \rangle \\
 &= \langle \tilde{\Phi}_k | \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{D}_0 | \tilde{\Phi}_{k'}^{ex} \rangle, \quad (C.13)
 \end{aligned}$$

läßt sich (C.12) auch schreiben als

$$\begin{aligned}
 \mathcal{B}_{kk'}(s''=0) &= -2 \langle \mathcal{D}_0 \tilde{\Phi}_k^A | (\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_0) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_k | (\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_0) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle \\
 &\quad - 2 \frac{d}{dr} \left(\langle \tilde{\Phi}_k | \mathcal{D}_0 | \tilde{\Phi}_{k'}^{ex} \rangle \right). \quad (C.14)
 \end{aligned}$$

Hierzu völlig analog kann auch die Gleichung (C.7b) umgeformt werden, wobei zu beachten ist, daß für $s'' = 1$ $D_1(2,1) = D_1(1,2)$ gilt! Es ergibt sich dann schließlich der Ausdruck

$$\begin{aligned}
 \mathcal{B}_{kk'}(s''=1) &= -2 \langle \mathcal{D}_1 \tilde{\Phi}_k^A | (\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1) | \tilde{\Phi}_{k'} \rangle \\
 &\quad - 2 \langle \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_k | (\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1) | \tilde{\Phi}_{k'}^A \rangle, \quad (C.15)
 \end{aligned}$$

der sich mit (C.14) zu Gleichung (2.82) zusammenfassen läßt. Die radialen Kopplungen (C.14) und (C.15) enthalten keine Operatoren, die auf die radialen Wellenfunktionen $u_{K'}(r)$ wirken. Es genügt also, die Hermitezitäts-

bedingung (C.1) zu betrachten. Für (C.15) beispielsweise ist

$$\begin{aligned}
 \mathcal{B}_{k'k}^* (s''=1) &= -2 \left\{ \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1 \right) \tilde{\Phi}_k \mid \mathcal{D}_1 \tilde{\Phi}_{k'}^A \right\rangle \right. \\
 &\quad \left. + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial r} + \mathcal{D}_1 \right) \tilde{\Phi}_k^A \mid \frac{\partial}{\partial r} \tilde{\Phi}_{k'} \right\rangle \right\} \\
 &= \mathcal{B}_{kk'} (s''=1), \qquad (C.16)
 \end{aligned}$$

weil der D_1 -Operator symmetrisch unter Teilchenaustausch ist und **auch** der $\frac{\partial}{\partial r}$ -Operator (näherungsweise) mit dem Antisymmetrisierungsoperator **ver-**
tauscht.

D. Zur Berechnung der Kopplungsmatrixelemente

Betrachten wir zunächst allgemein ein Matrixelement der Gestalt²

$$\langle \tilde{\Phi}_{K(s)}^A | \hat{O} | \tilde{\Phi}_{K'(s')}^A \rangle \quad (\text{D.1})$$

mit einem Operator $\hat{O}$ und den in (2.58c) gegebenen Wellenfunktionen. Wir schreiben die intrinsischen Wellenfunktionen in der Form

$$\tilde{\Phi}_{K(s)}^A = \frac{1}{N} \left[\Gamma^D - \Gamma^{PE} + (-1)^{\ell} \{ \Gamma^{CE} - \Gamma^{CPE} \} \right], \quad (\text{D.2})$$

wobei der direkte Anteil mit

$$\Gamma_{s=\{1\}}^D (1_{\alpha_1}^+, 2_{\alpha_2}^+) = \left[\phi_{\alpha_1}(\vec{r}'_{1c.m.}, \frac{\vec{r}}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}'_{2c.m.}, +\frac{\vec{r}}{2}) \right]_{\mu}^{[J]}, \quad (\text{D.3a})$$

der durch Teilchen-Austausch (Particle-Exchange) entstandene Term mit

$$\Gamma_{s=\{1\}}^{PE} (2_{\alpha_1}^+, 1_{\alpha_2}^+) = \left[\phi_{\alpha_1}(\vec{r}'_{2c.m.}, \frac{\vec{r}}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}'_{1c.m.}, +\frac{\vec{r}}{2}) \right]_{\mu}^{[J]}, \quad (\text{D.3b})$$

der durch Austausch der (gleichen) Cores (Core Exchange) hervorgegangene Term mit

$$\Gamma_{s=\{1\}}^{CE} (1_{\alpha_1}^-, 2_{\alpha_2}^+) = \left[\phi_{\alpha_1}(\vec{r}'_{1c.m.}, -\frac{\vec{r}}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}'_{2c.m.}, +\frac{\vec{r}}{2}) \right]_{\mu}^{[J]}, \quad (\text{D.3c})$$

und der Term mit ausgetauschten Cores und Teilchen (Core-Particle-

²Wir beziehen uns wieder auf ein Streusystem bestehend aus zwei gleichen Cores und zwei Valenznukleonen.

Exchange) mit

$$\Gamma_{s=\{1\}}^{CPE} (2_{\alpha_1}^-, 1_{\alpha_2}^\pm) = \left[\phi_{\alpha_1}(\vec{r}_{2c.m.}, -\frac{\vec{r}}{2}) \otimes \phi_{\alpha_2}(\vec{r}_{1c.m.}, \pm \frac{\vec{r}}{2}) \right]_{\mathcal{H}}^{[\gamma]}, \quad (\text{D.3d})$$

sowie die Normierungskonstante mit

$$N = 2 \left(1 + \delta_{\alpha_1 \alpha_2} \right)^{1/2} \quad (\text{D.3e})$$

abgekürzt worden sind. In dieser Schreibweise läßt sich dann das Matrixele-

ment (D.1) auch angeben als (für $s = s' = 0$)

$$\begin{aligned}
\langle \tilde{\Phi}_{K(s=0)}^A | \hat{O} | \tilde{\Phi}_{K'(s'=0)}^A \rangle &= \frac{1}{NN'} \\
&\times \left[\langle \Gamma^D(1_{\alpha_1}^+, 2_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^D(1_{\alpha_1'}^+, 2_{\alpha_2'}^-) \rangle + \langle \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1}^+, 1_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1'}^+, 1_{\alpha_2'}^-) \rangle \right. \\
&- \left\{ \langle \Gamma^D(1_{\alpha_1}^+, 2_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1'}^+, 1_{\alpha_2'}^-) \rangle + \langle \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1}^+, 1_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^D(1_{\alpha_1'}^+, 2_{\alpha_2'}^-) \rangle \right\} \\
&+ (-1)^{\ell+\ell'} \left\{ \langle \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1}^-, 2_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1'}^-, 2_{\alpha_2'}^+) \rangle + \langle \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1}^-, 1_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1'}^-, 1_{\alpha_2'}^+) \rangle \right\} \\
&+ (-1)^{\ell+\ell'+1} \left\{ \langle \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1}^-, 2_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1'}^-, 1_{\alpha_2'}^+) \rangle + \langle \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1}^-, 1_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1'}^-, 2_{\alpha_2'}^+) \rangle \right\} \\
&+ (-1)^{\ell'} \left[\langle \Gamma^D(1_{\alpha_1}^+, 2_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1'}^-, 2_{\alpha_2'}^+) \rangle + \langle \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1}^+, 1_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1'}^-, 1_{\alpha_2'}^+) \rangle \right. \\
&- \left\{ \langle \Gamma^D(1_{\alpha_1}^+, 2_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1'}^-, 1_{\alpha_2'}^+) \rangle + \langle \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1}^+, 1_{\alpha_2}^-) | \hat{O} | \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1'}^-, 2_{\alpha_2'}^+) \rangle \right\} \\
&+ (-1)^{\ell+\ell'} \left\{ \langle \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1}^-, 2_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^D(1_{\alpha_1'}^+, 2_{\alpha_2'}^-) \rangle + \langle \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1}^-, 1_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1'}^+, 1_{\alpha_2'}^-) \rangle \right\} \\
&\left. + (-1)^{\ell+\ell'+1} \left\{ \langle \Gamma^{CE}(1_{\alpha_1}^-, 2_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^{PE}(2_{\alpha_1'}^+, 1_{\alpha_2'}^-) \rangle + \langle \Gamma^{CPE}(2_{\alpha_1}^-, 1_{\alpha_2}^+) | \hat{O} | \Gamma^D(1_{\alpha_1'}^+, 2_{\alpha_2'}^-) \rangle \right\} \right].
\end{aligned}
\tag{D.4}$$

Die zu (D.4) analogen Ausdrücke für s oder $s' \neq 0$ gehen aus (D.4) durch entsprechende Umkehrung des (die asymptotische Zentrumszugehörigkeit kennzeichnenden) Minus-Zeichens im Bra- oder Ket-Vektor hervor. Die in dem Ausdruck (D.4) stehenden Matrixelemente haben für den Operator $\hat{O} = \frac{\partial}{\partial r}$ die Form (wir lassen die Kopplung der Drehimpulse der Einfachheit wegen

fort)

$$\begin{aligned}
 & \langle \phi_{\alpha_1}(1, \pm \frac{\tau}{2}) \phi_{\alpha_2}(2, \pm \frac{\tau}{2}) | \hat{O} | \phi_{\alpha'_1}(1, \pm \frac{\tau}{2}) \phi_{\alpha'_2}(2, \pm \frac{\tau}{2}) \rangle \\
 &= \langle \phi_{\alpha_1}(1, \pm \frac{\tau}{2}) | \hat{O} | \phi_{\alpha'_1}(1, \pm \frac{\tau}{2}) \rangle \langle \phi_{\alpha_2}(2, \pm \frac{\tau}{2}) | \phi_{\alpha'_2}(2, \pm \frac{\tau}{2}) \rangle \\
 &+ \langle \phi_{\alpha_1}(1, \pm \frac{\tau}{2}) | \phi_{\alpha'_1}(1, \pm \frac{\tau}{2}) \rangle \langle \phi_{\alpha_2}(2, \pm \frac{\tau}{2}) | \hat{O} | \phi_{\alpha'_2}(2, \pm \frac{\tau}{2}) \rangle .
 \end{aligned}
 \tag{D.5}$$

Entsprechende Ausdrücke ergeben sich für $\hat{O} = \hat{O}(i)$ $i = 1, 2$ oder $\hat{O} = \hat{O}(1)\hat{O}(2)$, wobei sich die Argumente 1 und 2 auf die Valenznukleonen beziehen. Werden die Einteilchenwellenfunktionen ϕ_{α_i} aus Eigenfunktionen des symmetrischen Zweizentren-Modells aufgebaut (s. (2.45)), so kann die im symmetrischen Fall zusätzlich erhaltene Parität auch bei der weiteren Auswertung der in (D.5) auftretenden Matrixelemente berücksichtigt werden. Es ist also z.B. ($\hat{P}$ bezeichne den Paritätsoperator)

$$\begin{aligned}
 & \langle \phi_{\alpha}(\vec{r}'_{c.m.}, \frac{\tau}{2}) | \hat{O} | \phi_{\alpha'}(\vec{r}'_{c.m.}, \frac{\tau}{2}) \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \langle \chi_{\alpha}^g + \chi_{\alpha}^u | \hat{O} | \chi_{\alpha'}^g + \chi_{\alpha'}^u \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \begin{cases} \langle \chi_{\alpha}^g | \hat{O} | \chi_{\alpha'}^g \rangle + \langle \chi_{\alpha}^u | \hat{O} | \chi_{\alpha'}^u \rangle & \text{für } \hat{P}\hat{O}\hat{P}^{-1} = \hat{O} \quad (\text{D.6a}) \\ \langle \chi_{\alpha}^g | \hat{O} | \chi_{\alpha'}^u \rangle + \langle \chi_{\alpha}^u | \hat{O} | \chi_{\alpha'}^g \rangle & \text{für } \hat{P}\hat{O}\hat{P}^{-1} = -\hat{O} \quad (\text{D.6b}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

für ein Nukleon, das asymptotisch an dem Kern mit Zentrum bei $\frac{\tau}{2}\vec{e}_z$ sitzt (für ein bei $-\frac{\tau}{2}\vec{e}_z$ lokalisiertes Nukleon treten in den zu (D.6) analogen Gleichungen nach (2.45b) noch zusätzlich die Phasenfaktoren $(-1)^{l_{\infty}+l'_{\infty}}$ auf).

Positive Parität haben der $\frac{\partial}{\partial r}$ -Operator (s. auch Anhang D.I) sowie der Operator für den intrinsischen Gesamtspin der einzelnen Nukleonen ($\vec{J} = \sum_i \vec{J}_i$; s. auch Anhang D.II). Der D -Operator (2.13b) ändert bei Paritätstransformationen sein Vorzeichen. Seine Einteilchenmatrixelemente sind also gemäß (D.6b) auszuwerten.

Die letzten Betrachtungen erübrigen sich natürlich, wie schon gesagt, im Falle der Benutzung des asymmetrischen Zweizentren-Modells, in dem die Einteilchenwellenfunktionen direkt durch die Eigenfunktionen des asymmetrischen Zweizentren-Hamilton-Operators gegeben sind (s. (2.44)). Bei ungleichen Cores entfallen dann auch in (D.4) all die Terme, in denen die Cores vertauscht sind.

In den nachfolgenden Abschnitten dieses Anhangs wollen wir noch zeigen, wie die Matrixelemente der radialen und Drehimpuls-Operatoren mit den Eigenfunktionen des Zweizentren-Modells ausgewertet werden.

D.I Berechnung der radialen Basismatrixelemente

Bezeichnen wir die Eigenfunktionen des Zweizentren-Hamilton-Operators (2.20a) in diesem Abschnitt einheitlich für den symmetrischen und asymmetrischen Fall mit φ , so gilt nach (2.40, 2.41)

$$\varphi_{\lambda(j)\Omega}^i = \sum_{\beta} a_{\lambda(j)\Omega, \beta}^i(r) \psi_{\beta}^i(\rho, \varphi, z; z_1, z_2), \quad (\text{D.7})$$

wobei ψ_{β} (s. (2.36)) die zugrunde liegende Basis aus Eigenfunktionen des Zweizentren-Oszillators h_0 (2.30) sind und der obere Index $i = u, g$ im Falle des symmetrischen Zweizentren-Schalenmodells die Parität kennzeichnet. Im asymmetrischen Zweizentren-Modell ist dieser Index überflüssig. Die Wellenfunktionen (D.7) hängen nur parametrisch vom Relativabstand

$$r = z_2 - z_1 \quad (z_1 < 0) \quad (\text{D.8})$$

ab.

Wir bilden mit den Wellenfunktionen (D.7) Matrixelemente des $\frac{\partial}{\partial r}$ -Operators:

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{\lambda(j)\Omega}^i | \frac{\partial}{\partial r} | \varphi_{\lambda'(j')\Omega'}^j \rangle &= \\ &= \sum_{\beta} \frac{d a_{\lambda'(j')\Omega', \beta}^j}{d r} a_{\lambda(j)\Omega, \beta}^i \delta_{ij} + \sum_{\beta, \beta'} a_{\lambda(j)\Omega, \beta}^i a_{\lambda'(j')\Omega', \beta'}^j \\ &\quad \times \langle \psi_{\beta}^i | \frac{\partial}{\partial r} | \psi_{\beta'}^j \rangle. \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

Hierbei haben wir benutzt, daß die Entwicklungskoeffizienten reell sind und

die (reellen) Basisfunktionen ψ_β ein Orthonormalsystem auch bezüglich der in symmetrischen Systemen enthaltenen Parität sind. Aus der Orthonormalität der ψ_β (für alle r !) folgt dann auch, daß

$$\langle \psi_\beta^i | \frac{\partial}{\partial r} | \psi_{\beta'}^j \rangle = - \langle \psi_{\beta'}^j | \frac{\partial}{\partial r} | \psi_\beta^i \rangle \quad (\text{D.10})$$

ist. Daraus folgt, daß das $\frac{\partial}{\partial r}$ -Matrixelement zwischen Basiszuständen verschwindet, die die gleichen Quantenzahlen tragen ($\beta = \beta'$).

Die explizite Berechnung der Matrixelemente (D.10) lehnt sich an die Vorgehensweise der 'Cranking-Methode' /Eis70/ an: die Schrödinger-Gleichung (2.31) wird nach r abgeleitet, mit $\langle \psi_{\beta'} |$ multipliziert und nach

$$\langle \psi_{\beta'} | \frac{\partial}{\partial r} | \psi_\beta \rangle = \frac{\langle \psi_{\beta'} | \frac{\partial h_0}{\partial r} | \psi_\beta \rangle}{\epsilon_\gamma - \epsilon_{\gamma'}} \quad (\beta \neq \beta') \quad (\text{D.11})$$

mit $\gamma = \{n_z, N_\rho, m\}$ aufgelöst /Ter75/.

Im symmetrischen Zweizentren-Modell fällt der Schwerpunkt des gesamten Systems mit dem Ursprung des Zweizentren-Koordinatensystems zusammen. In asymmetrischen Systemen ist dies nicht mehr der Fall (vgl. Abb.). Wir definieren die Position des Schwerpunktes durch

$$\begin{aligned} z_{sp} &= z_1 + \frac{A_2}{A} r \\ &= z_2 - \frac{A_1}{A} r, \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

wobei z_1, z_2 die Zentren der beiden Kerne bestehend aus insgesamt A_1 bzw. A_2 Nukleonen bezeichnen. Die Schwerpunktdefinition (D.12) ist eigentlich nur für große Relativabstände r richtig³. Für stärker werdenden Überlapp

³In den Anwendungen des Particle-Core-Modells auf das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ - sowie $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System kommen die Hauptbeiträge der Kopplungen von Relativabständen im Oberflächenbereich des diagonalen optischen Potentials, wo der Überlapp der Streupartner noch klein ist.

im asymmetrischen Zweizentren-Schalenmodell gilt

$$z_{sp} = z_i + f(r) r, \quad (D.13)$$

wobei $f(r)$ z.B. aus der Berechnung des Schwerpunktes des von der Kernoberfläche (2.29) eingeschlossenen Volumens bestimmt werden könnte.

Um bei Änderung des Relativabstandes Schwerpunktbewegungen zu vermeiden, betrachten wir nur solche Verschiebungen dr , die den Schwerpunkt in Ruhe lassen ($dz_{sp} = 0$). Mit (D.12) folgt damit, daß

$$\frac{\partial}{\partial r} = \begin{cases} -\frac{A_2}{A} \frac{\partial}{\partial z_1} & z < 0 \\ \frac{A_1}{A} \frac{\partial}{\partial z_2} & z > 0 \end{cases} \quad (D.14)$$

sein muß. Mit (D.14) ergibt sich dann für

$$\frac{\partial h_0}{\partial r} = M \begin{cases} -\frac{A_2}{A} \left[\omega_{z_1} \frac{d\omega_{z_1}}{dz_1} (z-z_1)^2 + \omega_{\varphi} \frac{d\omega_{\varphi}}{dz_1} \rho^2 - \omega_{z_1}^2 (z-z_1) \right], & z < 0 \\ \frac{A_1}{A} \left[\omega_{z_2} \frac{d\omega_{z_2}}{dz_2} (z-z_2)^2 + \omega_{\varphi} \frac{d\omega_{\varphi}}{dz_2} \rho^2 - \omega_{z_2}^2 (z-z_2) \right] & z > 0. \end{cases} \quad (D.15)$$

Für ein symmetrisches System mit $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$ und $\omega_{z_1} = \omega_{z_2} = \omega_{\rho} \equiv \omega$ sowie $z_1 = -z_0 = -z_2$ ($r = 2z_0$) ergibt (D.15) dann zusammen mit (D.11)

(s. auch /Ter75/)

$$\begin{aligned}
 \langle \psi_{\beta'} | \frac{\partial}{\partial r} | \psi_{\beta} \rangle &= \frac{H}{2} \frac{\omega(r)}{\epsilon_{\beta}(r) - \epsilon_{\beta'}(r)} \delta_{m m'} \delta_{m_s m'_s} \\
 &\times \left[2 \frac{d\omega(r)}{dr} \left(\delta_{N'_p N_p} \langle n'_z | (|z| - \frac{r}{2})^2 | n_z \rangle + \delta_{n'_z n_z} \langle N'_p | \rho^2 | N_p \rangle \right) \right. \\
 &\quad \left. - \delta_{N'_p N_p} \langle n'_z | (|z| - \frac{r}{2}) | n_z \rangle \omega(r) \right], \quad (D.16)
 \end{aligned}$$

wobei gilt /Mar72/

$$\begin{aligned}
 \langle N'_p | \rho^2 | N_p \rangle &= \frac{N_p + 1}{k} \delta_{N'_p N_p} - \frac{\sqrt{(N_p + 2)^2 - m^2}}{2k} \delta_{N'_p N_p + 2} \\
 &\quad - \frac{\sqrt{N_p^2 - m^2}}{2k} \delta_{N'_p N_p - 2}, \quad k = \frac{H \omega(r)}{\hbar}. \quad (D.17)
 \end{aligned}$$

In (D.16) wurde die Darstellung (2.32) der Basisfunktionen in Zylinderkoordinaten benutzt. In dieser Darstellung hat der Paritätsoperator $\hat{P}$ die Eigenwerte

$$P = (-1)^m P_z, \quad (D.18)$$

wobei P_z der Eigenwert der Parität der parabolischen Zylinderfunktionen (2.32a) entlang der intrinsischen z -Achse ist. Aus der Form (D.16) der radialen Basismatrixelemente für ein symmetrisches System sehen wir, daß nur Übergänge zwischen Basiszuständen mit gleicher magnetischer Projektion $\Omega = m + m_s$ und gleicher z -Parität erlaubt sind, d.h. nach (D.18) dann aber außerdem, daß nur Basiszustände gleicher Parität über den $\frac{\partial}{\partial r}$ -Operator verkoppelt werden.

Wir halten außerdem fest, daß aus (D.10) mit (D.9) und (D.6a) folgt, daß der $\frac{\partial}{\partial r}$ -Operator nur nichtdiagonale Matrixelemente in der von uns gewählten Einteilchenbasis hat, also nur Einteilchenzustände miteinander koppelt, deren Quantenzahlen nicht alle gleich sind.

Bei der Berechnung der Matrixelemente des D -Operators (2.13b) wird auf die im Zweizentren-Modell berechneten Integrale über die intrinsische z -Koordinate /Mar71/ zurückgegriffen. Dabei ist zwar

$$z'_{c.m.} = z_{TCSM} \quad (\text{im symmetrischen Zweizentren-Modell}), \quad (\text{D.19a})$$

aber

$$z'_{c.m.} = z_{ATCSM} - z_{SP} \quad (\text{im asymmetrischen Zweizentren-Modell}). \quad (\text{D.19b})$$

Mit der Forderung (D.14) gilt aber auch im asymmetrischen Fall

$$z'_{c.m.} = z_{ATCSM} \quad (\text{mit (D.14)}). \quad (\text{D.20})$$

Der D -Operator stellt sicher, daß asymptotisch die radialen Kopplungen verschwinden. Für die z.B. in der Abb. skizzierte Situation im $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$ -System gilt nämlich

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial}{\partial r} + D \right) \phi_{\alpha} &= \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{A_2}{A} \frac{\partial}{\partial z'} \right) \phi_{\alpha} (\vec{r}' + z_1 \vec{e}_{z'}) \\ &= \left(-\frac{A_2}{A} \cdot 1 + \frac{A_2}{A} \right) \frac{\partial \phi}{\partial z'} = 0. \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

D.II Berechnung der Basismatrixelemente der Rotationskopplung

Der Operator des intrinsischen Gesamtdrehimpulses ((2.13c), (2.11a)) setzt sich aus dem Bahndrehimpuls der Valenznukleonen bezüglich der Kernschwerpunkte $\vec{\ell}_i$ und ihrem Spin (bezüglich des intrinsischen Systems) $\vec{s}_i$ zusammen:

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{j}_i = \sum_{i=1}^N (\vec{\ell}_i + \vec{s}_i). \quad (D.22)$$

Dabei setzen wir für den Bahndrehimpulsanteil des Gesamtspins $\vec{j}_i$ des Valenznukleons i

$$\vec{\ell} \longrightarrow \left\{ \frac{1}{m_o \omega_o^2}, \vec{\mathbb{L}} \right\}, \quad (D.23)$$

wobei die geschweifte Klammer wieder den Antikommutator bezeichnet, ω_o für $z \leq 0$ durch (2.25) gegeben ist, und

$$\vec{\mathbb{L}} = \vec{\nabla} V_{TCSM} \times \vec{p}_{TCSM} \quad (D.24)$$

ist. Mit V_{TCSM} aus (2.20a) lassen sich die Basismatrixelemente der sphärischen Komponenten des Bahndrehimpulsoperators (D.23) direkt aus /Mar

$$\begin{aligned}
\langle \Psi_{\beta'} | l^+ | \Psi_{\beta} \rangle &= \langle n_z' N_p' m' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, \mathbb{L}^+ \right\} | n_z N_p m \rangle \\
&= \delta_{m', m+1} \left\{ \delta_{N_p', N_p+1} \right. \\
&\quad \times \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_+(z) + \frac{N_p+m+4}{2} f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \sqrt{\frac{N_p+m+2}{2k_p}} + \delta_{N_p', N_p-1} \\
&\quad \times \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_-(z) + \frac{N_p-m-2}{2} f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \sqrt{\frac{N_p-m}{2k_p}} - \frac{1}{2} \delta_{N_p', N_p+3} \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \sqrt{\frac{((N_p+2)^2 - m^2)(N_p+m+4)}{2k_p}} \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} \delta_{N_p', N_p-3} \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_3(z) \right\} | n_z \rangle \right. \\
&\quad \left. \times \sqrt{\frac{(N_p^2 - m^2)(N_p-m-2)}{2k_p}} \right\}, \tag{D.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{\beta'} | l^- | \psi_{\beta} \rangle &= \langle n'_z N'_p m' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, \mathbb{L}^- \right\} | n_z N_p m \rangle \\
&= \delta_{m', m-1} \left\{ \delta_{N'_p, N_p+1} \right. \\
&\quad \times \langle n'_z | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_+(z) + \frac{N_p - m + 4}{2} f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \sqrt{\frac{N_p - m + 2}{2k_p}} + \delta_{N'_p, N_p-1} \\
&\quad \times \langle n'_z | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_-(z) + \frac{N_p + m - 2}{2} f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \sqrt{\frac{N_p + m}{2k_p}} - \frac{1}{2} \delta_{N'_p, N_p+3} \langle n'_z | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \sqrt{\frac{((N_p+2)^2 - m^2)(N_p - m + 4)}{2k_p}} \\
&\quad - \frac{1}{2} \delta_{N'_p, N_p-3} \langle n'_z | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, f_3(z) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \left. \times \sqrt{\frac{(N_p^2 - m^2)(N_p + m - 2)}{2k_p}} \right\}, \tag{D.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{\beta'} | l_z | \psi_{\beta} \rangle &= \langle n'_z N'_p m' | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, \mathbb{L}_z \right\} | n_z N_p m \rangle \\
&= m \langle n'_z | \left\{ \frac{1}{m_0 \omega_0^2}, m_0 \alpha^2 (1 + g z'^2) \right\} | n_z \rangle \\
&\quad \times \delta_{m'm} \delta_{N'_p N_p} \tag{D.27}
\end{aligned}$$

mit den Abkürzungen

$$f_{\pm}(z) = f_0 m_0 k_p \omega^2 z' \left(1 + \frac{3}{2} c z' + 2 d z'^2\right) \pm m_0 \alpha^2 (1 + g z'^2) \frac{\partial}{\partial z}, \quad (\text{D.28a})$$

$$f_3(z) = m_0 \alpha^2 g z'^2, \quad (\text{D.28b})$$

wobei

$$\alpha = \begin{cases} \omega_{p1} & z < 0 \\ \omega_{p2} & z > 0 \end{cases}$$

und

$$\frac{c}{d} = \frac{2 - 4\epsilon/f_0}{1 - 3\epsilon/f_0} \quad \text{ist.}$$

Die für die Auswertung der Kopplungsmatrixelemente des $\vec{J}^2$ -Operators benötigten Matrixelemente der Basisfunktionen des l^2 -Operators werden von /Sch71/ übernommen

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_{\beta'} | \vec{\ell}^2 | \Psi_{\beta} \rangle &= \langle n_z' N_{\beta'} m' s' | \left\{ \frac{1}{m_o^2 \omega_o^4}, \vec{\ell}^2 \right\}_{\text{sym.}} | n_z N_{\beta} m s \rangle \\
 &= \delta_{ss'} \delta_{m'm} \left[\frac{1}{2} \delta_{N_{\beta'} N_{\beta}} \right. \\
 &\quad \times \left\{ \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_o^2 \omega_o^4}, (k_{\beta} z' + \frac{\partial}{\partial z'}) (k_{\beta} z' - \frac{\partial}{\partial z'}) \right\}_{\text{sym.}} | n_z \rangle \right. \\
 &\quad \times \frac{N_{\beta}}{k_{\beta}} + \frac{N_{\beta}+2}{k_{\beta}} \\
 &\quad \times \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_o^2 \omega_o^4}, (k_{\beta} z' - \frac{\partial}{\partial z'}) (k_{\beta} z' + \frac{\partial}{\partial z'}) \right\}_{\text{sym.}} | n_z \rangle \\
 &\quad \left. + m^2 \langle n_z' | \frac{1}{m_o^2 \omega_o^4} | n_z \rangle \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \delta_{N_{\beta'}, N_{\beta}+2} \frac{\sqrt{(N_{\beta}+2)^2 - m^2}}{k_{\beta}} \\
 &\quad \times \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_o^2 \omega_o^4}, (k_{\beta} z' + \frac{\partial}{\partial z'})^2 \right\}_{\text{sym.}} | n_z \rangle \\
 &\quad + \frac{1}{2} \delta_{N_{\beta'}, N_{\beta}-2} \frac{\sqrt{N_{\beta}^2 - m^2}}{k_{\beta}} \\
 &\quad \left. \times \langle n_z' | \left\{ \frac{1}{m_o^2 \omega_o^4}, (k_{\beta} z' - \frac{\partial}{\partial z'})^2 \right\}_{\text{sym.}} | n_z \rangle \right] \quad (\text{D.29})
 \end{aligned}$$

E. S-Matrix und Wirkungsquerschnitt⁴

Asymptotisch⁵ geht die totale Wellenfunktion (2.15, 2.16) in die Form

$$\begin{aligned} \Psi \underset{r \rightarrow \infty}{=} \sum_{\substack{I, M \\ K, K'}} A_K^{IM} \left(\delta_{K'K} J_{K'} - S_{K'K}^I O_{K'} \right) \\ \times \left[i^{\ell'} Y_{\ell'} \otimes \Phi_{K'}^A \right]_H^{[I]} \end{aligned} \quad (E.1)$$

über, wobei die ein- und auslaufenden Coulomb-Wellen mit

$$J_K = \frac{1}{\sqrt{v_K} r} e^{iG_\ell} (G_\ell - i F_\ell), \quad (E.2a)$$

und

$$O_K = \frac{1}{\sqrt{v_K} r} e^{-iG_\ell} (G_\ell + i F_\ell) \quad (E.2b)$$

gegeben sind (F, G sind die regulären, irregulären Coulomb-Funktionen, σ_l die Coulomb-Phasen /Mes65/). K, K' (s. (2.62c)) stehen für die Quantenzahlen der ein- und auslaufenden Kanäle. Der Koeffizient A_K^{IM} wird weiter unten durch Spezifizierung der einlaufenden Zustände bestimmt werden. $S_{K'K}^I$ ist die S -Matrix.

Der auf der rechten Seite von (E.1) in Klammern stehende Ausdruck kann

⁴Siehe hierzu auch die Arbeiten /Ter 75, Ter 78, Tam 65, Fin 72, Sch 70/, auf denen die Betrachtungen in diesem Anhang aufbauen. Wo nicht anders ausdrücklich vermerkt, beziehen wir uns auch in diesem Anhang wieder auf ein Streusystem mit 2 gleichen Cores und zwei Valenznukleonen.

⁵Asymptotisch heißt in unserem Fall, daß r so groß ist, daß nur noch die Coulomb-Kräfte wirken. Der nukleare Anteil der Kern-Kern-Wechselwirkung und die in den gekoppelten Differentialgleichungen auftretenden Kopplungen (2.16) müssen also dort verschwinden.

durch Einsetzen von (E.2) weiter umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 (\delta_{K'K} J_{K'} - S_{K'K}^I O_{K'}) &= \frac{1}{\sqrt{V_{K'}} r} \left\{ e^{i\phi_{K'}} (G_{K'} - iF_{K'}) \delta_{K'K} \right. \\
 &\quad \left. - V_{K'K}^I e^{i\phi_{K'}} (G_{K'} + iF_{K'}) \right\} \\
 &\quad \left(\text{wobei } V_{K'K}^I = S_{K'K}^I e^{-i(\phi_{K'} + \phi_{K'})} \right) \\
 &= \frac{-i e^{i\phi_{K'}}}{\sqrt{V_{K'}} r} \left\{ 2 F_{K'} \delta_{K'K} + K_{K'K}^I (G_{K'} + iF_{K'}) \right\} \\
 &\quad \left(\text{wobei } K_{K'K}^I = i(\delta_{K'K} - V_{K'K}^I) \right). \quad (E.3)
 \end{aligned}$$

Der erste Term in (E.3) beschreibt die Coulomb-Streuung im (einlaufenden) Kanal K . Die totale Wellenfunktion für die Coulomb-Streuung zweier Punktladungen ist nämlich /Mes65/ gegeben durch

$$\psi_{\text{Coul.}} = \frac{1}{\sqrt{V} kr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l P_l(\cos \vartheta) e^{i\phi_l} F_l. \quad (E.4)$$

Setzen wir (E.3) in (E.1) ein und betrachten nur den ersten Term für den jeweiligen Kanal K , den wir der Wellenfunktion für die Coulomb-Streuung

im Kanal K (vgl. (E.4)) gleichsetzen ⁶

$$\sum_{\substack{I, M, \\ \ell, \gamma}} A_K^{IM} \frac{-ie^{i\phi_\ell}}{\sqrt{v_K} \gamma} 2 F_\ell \sum_{m_\ell, M'} (\ell m_\ell \gamma M' | IM) i^\ell Y_{\ell m_\ell} \\ \times \sum_{M'_1, M'_2} (I_1 M'_1 I_2 M'_2 | \gamma M') \frac{1}{2(1+\delta_{\alpha_1 \alpha_2})^{1/2}} \Phi_{\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2}^A \\ = \frac{1}{\sqrt{v_K} k_K r} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) i^\ell P_\ell(\cos \vartheta) e^{i\phi_\ell} \left(\frac{1}{2} F_\ell \Phi_{\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2}^A \right), \quad (E.5)$$

wobei

$$\Phi_{\bar{\mu}_1 \bar{\mu}_2}^A = A(1,2) \left[\phi_{\mu_1}(\vec{r}_{1c.m.}, \frac{r}{2}) \phi_{\mu_2}(\vec{r}_{2c.m.}, (-1)^{s+1} \frac{r}{2}) \right. \\ \left. - (-1)^\ell \phi_{\mu_1}(\vec{r}_{2c.m.}, \frac{r}{2}) \phi_{\mu_2}(\vec{r}_{1c.m.}, (-1)^s \frac{r}{2}) \right] \quad (E.6)$$

mit $\alpha_i = \{\lambda_i, I_i = j_i\}$ ist, und wir die Quantenzahlen der im Kanal K einlaufenden Kerne mit $\mu_i = \{\alpha_i, M_i\}$ spezifiziert haben ($\bar{\mu}_i = \{\alpha_i, M'_i\}$), so

⁶Die Schreibweise $(\frac{1}{2} \Phi_{\mu_1 \mu_2}^A)$ auf der rechten Seite von (E.5) entspringt einer Betrachtung, die analog der Behandlung der Streuung zweier identischer Bosonen oder Fermionen ist (s. z.B. auch /Joa83/): Für das aus zwei gleichen Kernen und zwei Valenznukleonen bestehende Streusystem setzt sich die intrinsische Wellenfunktion aus vier Teilen zusammen (s. Gleichung (D.2)). Betrachten wir die Streuung zeitabhängig, so läßt sich jedem dieser vier Anteile ein Wellenpaket zuordnen; diese Wellenpakete haben für $t \rightarrow -\infty$ (die Streuung ereignet sich für $t = 0$) keinen Überlapp miteinander. D.h. jeder Anteil muß auf $\frac{1}{4}$ normiert sein, damit die Summe der vier Teile (alle Anteile beschreiben ja denselben physikalischen Vorgang) auf 1 normiert ist.

sehen wir, daß für

$$A_K^{IM} = \frac{i}{k_K} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \sqrt{1+\delta_{\alpha_1 \alpha_2}} \delta_{\alpha_1, (\lambda_1 \gamma_1)} \delta_{\alpha_2, (\lambda_2 \gamma_2)} \\ \times (\ell_0 \gamma_H | IM) (I_1 M_1 I_2 M_2 | \gamma_H) \quad (E.7)$$

Gleichung (E.5) erfüllt wird.

Bestimmung der S-Matrix

Für einen gegebenen totalen Drehimpuls I wird für das aus N Kanälen bestehende Differentialgleichungssystem (2.64) ein Fundamentalsystem berechnet, das aus $n = 1, \dots, N$ linear unabhängigen Lösungen besteht, die wir einer Matrix $U = (U_{Kn}^I(r))$ mit $K = 1, \dots, N$ und $n = 1, \dots, N$ anordnen.

Am sogenannten Matchradius $r = R_m$, an dem außer der Coulomb-Wechselwirkung keinerlei nuklearen Kern-Kern-Kräfte oder Kopplungen mehr wirken, kann die Linearkombination unserer numerisch berechneten Lösungen U_{Kn}^I stetig an die asymptotische Form der radialen Wellenfunktion (s. (E.1), (E.3)) angeschlossen werden:

$$\sum_n U_{Kn}^I a_{nK}^I = J_{K'} \delta_{K'K} - S_{K'K}^I O_{K'}, \\ \sum_n U_{Kn}^{I'} a_{nK}^I = J_{K'}' \delta_{K'K} - S_{K'K}^{I'} O_{K'}' \quad (r=R_m) \quad (E.8)$$

bzw. wenn wir für die rechte Seite von (E.8) die Darstellung in (E.3) einsetzen:

$$\sum_n U_{Kn}^I \tilde{a}_{nK}^I = \frac{1}{\sqrt{V_{K'}}} \left\{ 2F_{K'} \delta_{K'K} + K_{K'K}^I (G_{K'} + iF_{K'}) \right\}, \\ \sum_n U_{Kn}^{I'} \tilde{a}_{nK}^I = \frac{1}{\sqrt{V_{K'}}} \left\{ 2F_{K'}' \delta_{K'K} + K_{K'K}^I (G_{K'}' + iF_{K'}') \right\} \quad (r=R_m). \quad (E.9)$$

Durch Elimination der Konstanten $\tilde{a}_{nK}^I$ bzw. a_{nK}^I in (E.9) bzw. (E.8) erhält man eine Matrixgleichung für die unbekannte Matrix $K_{K'K}^I$ bzw. $S_{K'K}^I$, deren Lösung wir für (E.9) (dieser Fall wird im von uns benutzten Computerprogramm betrachtet) formal angeben wollen:

$$K_{K'K}^I = \sum_n \left(U^{-1} [G+iF] - U'^{-1} [G'+iF'] \right)_{K'n}^{-1} \times 2 \left(U^{-1} [F] - U'^{-1} [F'] \right)_{nK}. \quad (E.10)$$

$$\text{mit } K_{K'K}^I = i \left(\delta_{K'K} - S_{K'K}^I e^{-i(G_{\ell K'} + G_{\ell K})} \right).$$

U^{-1} ist die inverse Matrix zu U

$$\sum_K \left((U^I)^{-1} \right)_{mK} U_{Kn}^I = \delta_{mn} \quad (E.11)$$

und

$$\begin{aligned} \left(U^{-1} [F] \right)_{nK} &= \left((U^I)^{-1} \right)_{nK} \frac{1}{\sqrt{V_K}} F_K, \\ \left(U^{-1} [G+iF] \right)_{nK} &= \left((U^I)^{-1} \right)_{nK} \frac{1}{\sqrt{V_K}} (G_K + iF_K). \end{aligned} \quad (E.12)$$

Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Hierzu betrachten wir zunächst den zweiten Term der Wellenfunktion (E.1), der sich nach Einsetzen von (E.3) und (E.7) asymptotisch schreiben läßt als

$$\begin{aligned}
 \Psi_{\text{nucl. scatt.}} &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{I_1, M_1 \\ K, K'}} \frac{i}{k_K} \sqrt{\pi'} \sqrt{2\ell+1} \sqrt{\frac{1+\delta_{\alpha_1 \alpha_2}}{1+\delta_{\alpha'_1 \alpha'_2}}} \\
 &\quad \times (I_1 M_1 I_2 M_2 | Y M) (\ell 0 Y M | I M) \\
 &\quad \times (I'_1 M'_1 I'_2 M'_2 | Y' M') (\ell' m' Y' M' | I M) \\
 &\quad \times \left(e^{2i\delta_\ell} \delta_{K'K} - S_{K'K}^I \right) \Phi_{\mu'_1 \mu'_2}^A Y_{\ell' m'} \frac{e^{i k_K r - \gamma_K \ln(2k_K r)}}{\sqrt{v_K} r},
 \end{aligned} \tag{E.13}$$

wobei wir benutzen, daß ist

$$G_{\ell_K} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \cos(\Sigma_{\ell_K}), \tag{E.14a}$$

$$F_{\ell_K} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin(\Sigma_{\ell_K}), \tag{E.14b}$$

mit

$$\Sigma_{\ell_K} = k_K r - \gamma_K \ln(2k_K r) - \frac{\ell\pi}{2} + \delta_{\ell_K}, \tag{E.14c}$$

$$\gamma_K = \frac{\mu Z_1 Z_2 e^2}{\hbar^2 k_K} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_K}, \tag{E.14d}$$

also

$$(G_{\ell_k} + iF_{\ell_k}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\delta_{\ell_k}} (-i)^{\ell_k} e^{ik_k r - \gamma_k \ln(2k_k r)} \quad (E.15)$$

Der auslaufende Anteil des die Coulomb-Streuung beschreibenden 1. Terms von (E.3) (mit (E.1) und (E.7)) ist asymptotisch gegeben durch

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{Coul. scatt.}} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell} \sqrt{\pi(2\ell+1)} \frac{e^{2i\delta_{\ell}}}{ik_k} Y_{\ell 0} \Phi_{\mu_1 \mu_2}^A \\ &\times \frac{\exp(ik_k r - \gamma_k \ln(2k_k r))}{\sqrt{v_k} r} \end{aligned} \quad (E.16)$$

Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes für eine Reaktion, in der die beiden Teilchen in den Zuständen μ_1, μ_2 einlaufend in die Zustände μ'_1, μ'_2 gestreut werden, bestimmen wir die Streuamplitude, indem wir zunächst die vollständige, gestreute Wellenfunktion

$$\Psi_{\text{Scatt.}} = \Psi_{\text{Coul. scatt.}} + \Psi_{\text{nucl. scatt.}} \quad (E.17)$$

auf die vier Anteile unserer vollständig antisymmetrisierten intrinsischen

Wellenfunktion projizieren

$$\Psi_1 = \langle \phi_{\mu'_1}(\vec{r}_{1c.m.}, \frac{\tau}{2}) \phi_{\mu'_2}(\vec{r}_{2c.m.}, \mp \frac{\tau}{2}) | \Psi_{scat.}(\theta, \varphi) \rangle,$$

$$\Psi_2 = \langle \phi_{\mu'_1}(\vec{r}_{2c.m.}, \frac{\tau}{2}) \phi_{\mu'_2}(\vec{r}_{1c.m.}, \mp \frac{\tau}{2}) | \Psi_{scat.}(\theta, \varphi) \rangle,$$

$$\Psi_3 = \langle \phi_{\mu'_1}(\vec{r}_{1c.m.}, -\frac{\tau}{2}) \phi_{\mu'_2}(\vec{r}_{2c.m.}, \mp \frac{\tau}{2}) | \Psi_{scat.}(\pi-\theta, \pi+\varphi) \rangle,$$

$$\Psi_4 = \langle \phi_{\mu'_1}(\vec{r}_{2c.m.}, -\frac{\tau}{2}) \phi_{\mu'_2}(\vec{r}_{1c.m.}, \pm \frac{\tau}{2}) | \Psi_{scat.}(\pi-\theta, \pi+\varphi) \rangle. \quad (E.18)$$

Die Streuamplitude für den Anteil i ist dann gegeben durch die auslaufende Stromdichte⁷ (Die einlaufende Stromdichte ist 1!)

$$|f_i|^2 = r^2 \operatorname{Re} \left(\Psi_i^* \frac{\hbar}{i\mu} \frac{d}{dr} \Psi_i \right). \quad (E.19)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann aus der inkohärenten

⁷Die Wellenfunktionen Ψ_i haben die Gestalt

$$\Psi_i \propto f_i \frac{e^{ikr - i\mu v}}{r}$$

Die logarithmische Phase in der e -Funktion kann für die Berechnung der Stromdichte vernachlässigt werden, da sie nur Korrekturen in der Ordnung $\frac{1}{r^2}$ liefert:

$$r^2 \operatorname{Re} \left(\Psi_i^* \frac{\hbar}{i\mu} \frac{d}{dr} \Psi_i \right) = r^2 \operatorname{Re} \left(\frac{\hbar}{i\mu v} |f_i|^2 \frac{1}{r^2} \{ik - \mathcal{O}(\frac{1}{r^2})\} \right)$$

Daraus folgt (E.19) ($v = \frac{\hbar k}{\mu}$).

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\mu_1 \mu_2 \rightarrow \mu'_1 \mu'_2} = \sum_{i=1}^4 |f_i|^2. \quad (E.20)$$

Nun stehen aber in der gestreuten Wellenfunktion (E.17) die vollständig antisymmetrisierten intrinsischen Wellenfunktionen, so daß sich in (E.18) $\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4$ ergibt. D.h.

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\mu_1 \mu_2 \rightarrow \mu'_1 \mu'_2} &= 4 \left| f^{\text{antisym.}} \right|^2 \\ &= 4 \left| \frac{1}{2} \left\{ f_c(\vartheta) \delta_{\mu'_1 \mu_1} \delta_{\mu'_2 \mu_2} - f_c(\pi - \vartheta) \delta_{\mu'_1 \mu_2} \delta_{\mu'_2 \mu_1} \right. \right. \\ &\quad + \sum_{\substack{I_1, M_1 \\ I_2, M_2 \\ \ell', m', J', M'}} \frac{i\sqrt{\pi(2\ell+1)}}{k_K} \sqrt{(1+\delta_{\alpha_1 \alpha_2})(1+\delta_{\alpha'_1 \alpha'_2})} \\ &\quad \times (I_1 M_1 I_2 M_2 | IM) (I'_1 M'_1 I'_2 M'_2 | IM) \\ &\quad \times (\ell 0 JM | IM) (\ell' m' J' M' | IM) \\ &\quad \left. \times \left(e^{2i\zeta_{\ell'}} \delta_{K'K} - S_{K'K}^I \right) Y_{\ell' m'}(\vartheta, \varphi) \right\} \right|^2. \end{aligned} \quad (E.21)$$

Die Projektionen (E.18) liefern jeweils immer den Faktor $(1+\delta_{\alpha'_1 \alpha'_2})$, weiterhin haben wir benutzt, daß die Coulomb-Streuamplitude durch die Beziehung /Bay69/

$$f_c(\vartheta) = \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos \vartheta) \frac{e^{2i\zeta_{\ell}}}{2ik} \quad (E.22)$$

dargestellt werden kann.

Die Antisymmetrisierung der Wellenfunktionen schlägt sich in (E.21) ein-

mal in dem Minuszeichen zwischen den Coulomb-Streuamplituden für die Streuung in den Winkel ϑ und $\pi - \vartheta$ nieder, zum anderen sind die Summationsindizes (l, J, l', J') durch die Beziehung (2.59) eingeschränkt.

Der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt ergibt sich durch Mittelung des differentiellen Wirkungsquerschnittes (E.21) über die magnetischen Quantenzahlen der Kern-Zustände im einlaufenden Kanal und Summation über die im Ausgangskanal besetzten magnetischen Unterzustände:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\alpha_1 \alpha_2 \rightarrow \alpha'_1 \alpha'_2} = \frac{1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \sum_{\substack{M_1, M_2 \\ M'_1, M'_2}} \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\mu_1 \mu_2 \rightarrow \mu'_1 \mu'_2} \quad (\text{E.23})$$

Der über alle Streuwinkel Ω integrierte unpolarisierte Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha_1 \alpha_2 \rightarrow \alpha'_1 \alpha'_2} &= \int \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\alpha_1 \alpha_2 \rightarrow \alpha'_1 \alpha'_2} d\Omega \\ &= \sum_I \sigma_{\alpha_1 \alpha_2 \rightarrow \alpha'_1 \alpha'_2}^I \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

mit

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha_1 \alpha_2 \rightarrow \alpha'_1 \alpha'_2}^I &= \frac{\pi}{k_K^2} \sum_{\substack{l, J \\ l', J'}} \frac{2I+1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} (1 + \delta_{\alpha_1 \alpha_2}) (1 + \delta_{\alpha'_1 \alpha'_2}) \\ &\quad \times \left| e^{2i\delta_{l'}} \delta_{ll'} \delta_{JJ'} \delta_{\alpha' \alpha} - S_{K'K}^I \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

σ^I bezeichnet man als partialen Wirkungsquerschnitt. Der obige Ausdruck (E.25) ergibt sich aus (E.23) und (E.21) unter Ausnutzung der Orthogonalität der Kugelflächenfunktionen Y_{lm} und der Unitarität der Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Die (unendlichen) Beiträge der Coulomb-Streuamplituden zum integrierten elastischen Wirkungsquerschnitt wurden dabei aber in (E.25) nicht berücksichtigt.

Bei der Streuung identischer Kerne in gleiche Endzustände ($\alpha'_1 = \alpha'_2$) wird in (E.24) das Streuereignis in den Streuwinkel ϑ bei $(\pi - \vartheta)$ noch einmal 'gezählt'. In diesem Fall ist (E.24) also gleich der zweifachen Anzahl der aus dem einlaufenden Strahl pro Zeiteinheit und pro einlaufendem Einheitsfluß weggestreuten Teilchen.

Literaturverzeichnis

- [Abe83] Y. Abe und J. Y. Park, Phys. Rev. C28, 2316 (1983)
- [Bal84] D. P. Balamuth, W. K. Wells, T. Chapuran, D. P. Bybell, und C. M. Laymon, Phys. Lett. 140B, 295 (1984)
- [Bay69] G. Baym, Lectures on Quantum Mechanics, W. A. Benjamin Inc. , New York, 1969
- [Bec74] F. Becker, S. Joffily, C. Beccaria und G. Baron, Nucl. Phys. A221, 475 (1974)
- [Bec85] C. Beck, R. M. Freeman, F. Haas, B. Heusch und J. J. Kolata, Nucl. Phys. A443, 157 (1985)
- [Bet79] R. R. Betts, S. B. DiCenzo und J. F. Petersen, Phys. Rev. Lett. 43, 253 (1979)
- [Bil88] E. G. Bilpuch, private Mitteilung, 1988
- [Bro60] D. A. Bromley, J. A. Kuehner und E. Almqvist, Phys. Rev. Lett. 4, 365 (1960)
- [Bro88] D. A. Bromley, private Mitteilung, 1988
- [Cha87] M. H. Cha, J. Y. Park und W. Scheid, Phys. Rev. C36, 2341 (1987)
- [Edm64] A. R. Edmonds, Drehimpulse in der Quantenmechanik, BI-Hochschultaschenbücher-Verlag, Mannheim, 1964
- [Eis70] J. M. Eisenberg, W. Greiner, Nuclear Theory, Vol. I+II, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970
- [Fin72] H.-J. Fink, W. Scheid und W. Greiner, Nucl. Phys. A188, 259 (1972)
- [Fre83] R. M. Freeman, C. Beck, F. Haas, B. Heusch und J. J. Kolata, Phys. Rev. C28, 437 (1983)

- [Fre86] R. M. Freeman, C. Beck, F. Haas, A. Morsad und N. Cindro, Phys. Rev. C33, 1275 (1986); N. Cindro, R. M. Freeman und F. Haas , ibid., Seite 1280 ff.
- [Fre88] R. M. Freeman, private Mitteilung, 1988
- [Fri77] W. A. Friedman und C. J. Goebel, Ann. Phys (N. Y) 104, 145 (1977)
- [Haa87] F. Haas, private Mitteilung, 1987
- [Hel73] H. -D. Helb, P. Dück, G. Hartmann, G. Ischenko, F. Siller und H. Voit, Nucl. Phys. A206, 385 (1973)
- [Hol69] P. Holzer, U. Mosel und W. Greiner, Nucl. Phys. A138, 241 (1969)
- [Ima87] B. Imanishi und W. von Oertzen, Phys. Rep. 155 No. 2, 29 (1987)
- [Joa83] C. J. Joachain, Quantum Collision Theory, 3d edition North-Holland, Amsterdam, 1983
- [Kön82] R. Könnecke, Dissertation, Universität Frankfurt, 1982; R. Könnecke und W. Greiner, W. Scheid, Phys. Rev. Lett. 51, 366 (1983)
- [Kor83] S. K. Korotky, K. A. Erb, R. L. Phillips, S. J. Willett und D. A. Bromley, Phys. Rev. C28, 168 (1983)
- [Kur61] D. Kurath und R. D. Lawson, Nucl. Phys. 23, 5 (1961)
- [Lan32] L. D. Landau, Z. Phys. Sov. 2, 46 (1932)
- [Maa86] R. Maass und W. Scheid, A. Thiel, Nucl. Phys. A460, 324 (1986)
- [Maa88] R. Maass und W. Scheid, Phys. Lett. B202, 26 (1988)
- [Mah69] J. Maher, M. W. Sachs, R. H. Siemssen, A. Weidinger und D. A. Bromley, Phys. Rev. Lett. 42, 566 (1979)
- [Mar71] J. Maruhn, Diplomarbeit 1971, Universität Frankfurt
- [Mar72] J. Maruhn und W. Greiner, Z. Phys. 251, 431 (1972)
- [Mes65] A. Messiah, Quantum Mechanics, North-Holland, Amsterdam 1965, 3. Ausgabe
- [Mil85] B. Milek und R. Reif, Phys. Lett. 157B, 134 (1985)

- [Nil55] S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videnskab. Selskab Mat. Fys. Medd. 29 (1955) no. 16
- [Oer73] W. von Oertzen und W. Nörenberg, Nucl. Phys. A207, 113 (1973)
- [Par72] J. Y. Park, W. Scheid und W. Greiner, Phys. Rev. C6, 1565 (1972)
- [Par79] J. Y. Park, W. Scheid und W. Greiner, Phys. Rev. C20, 188 (1979)
- [Par80] J. Y. Park, W. Scheid und W. Greiner, Phys. Rev. C21, 958 (1980)
- [Par86] J. Y. Park, K. Gramlich, W. Scheid und W. Greiner, Phys. Rev. C33, 1674 (1986)
- [Rey68] J. T. Reynolds, C. J. Slavik, C. R. Lubitz und N. C. Francis, Phys. Rev. 176, 1213 (1968)
- [Sch71] D. Scharnweber, W. Greiner, U. Mosel, Nucl. Phys. A164, 257 (1971)
- [Sch70] W. Scheid, Habilitationsschrift, Universität Frankfurt, 1970
- [Stü32] E. C. G. Stückelberg, Helv. Phys. Acta 5, 320 (1932)
- [Tam65] T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37, 679 (1965)
- [Ter75] G. Terlecki, Diplomarbeit, Universität Frankfurt, 1975
- [Ter78] G. Terlecki, W. Scheid, H. -J. Fink und W. Greiner, Phys. Rev. C18, 265 (1978)
- [Thi84] A. Thiel, W. Greiner und W. Scheid, Phys. Rev. C29, 864 (1984); A. Thiel, Diplomarbeit, Universität Frankfurt, 1984
- [Thi87] A. Thiel und W. Greiner, J. Y. Park, W. Scheid, Phys. Rev. C36, 647 (1987)
- [Thi88] A. Thiel und W. Greiner, W. Scheid, zur Veröffentlichung in Journal of Physics G akzeptiert; A. Thiel und F. Haas, Topical Review für J. Phys. G, in Vorbereitung
- [Zen32] C. Zener, Proc. Roy. Soc. A137, 696 (1932)
- [Zur83] R. W. Zurmühle, P. Kutt, R. R. Betts, S. Saini, F. Haas, O. Hansen, Phys. Lett. 129B, 384 (1983)

Tabellen und Abbildungen

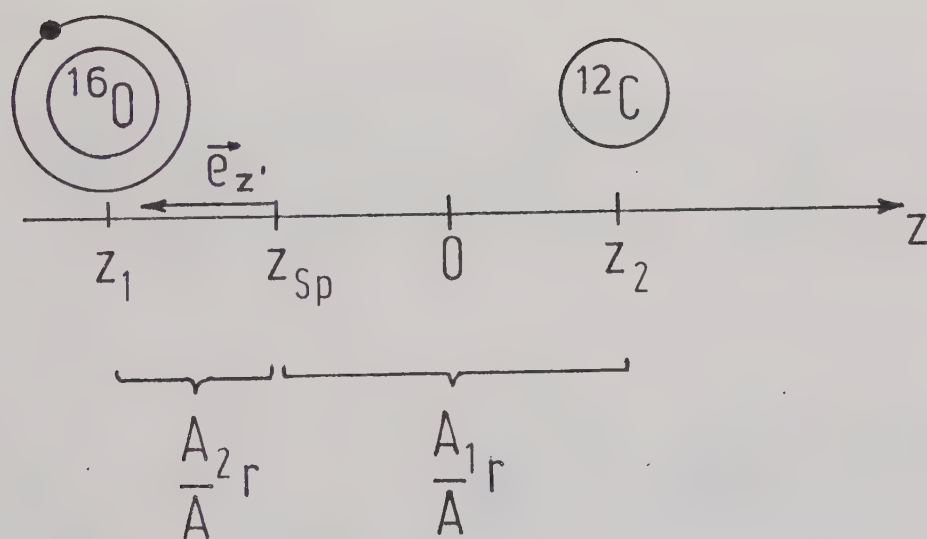
Tabelle 3.I: In den Rechnungen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System berücksichtigte Kanäle mit zugehörigem Kanalspin J und Drehimpuls l bei gegebenem totalen Drehimpuls I .

$^{13}\text{C} + ^{13}\text{C} \rightarrow$ Streuzustand (Kernzustände)	I gerade $J \quad l$		I ungerade $J \quad l$	
elastisch (g.s., g.s.)	0	I	1	I
	1	$I - 1$ $I + 1$		
einfach elastisch ($1/2^+$, g.s.)	0	I	0	I
	1	$I - 1$ I $I + 1$	1	$I - 1$ I $I + 1$
doppelt inelastisch ($1/2^+$, $1/2^+$)	0	I		
	1	$I - 1$ $I + 1$	1	I
Transfer $\rightarrow ^{14}\text{C}$ (g.s.) + ^{12}C (g.s.)	0	I	0	I

Tabelle 3.II: Kanäle der Rechnungen für das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ -System mit zugehörigen Kanalspins J und Bahndrehimpulsen l bei gegebenen totalen Drehimpulsen I .

$^{17}\text{O} + ^{12}\text{C} \rightarrow$	$I = \frac{n}{2} \quad (n = 1, 2, \dots)$	
Streuzustand (Kernzustände)	J	l
elastisch $(^{17}\text{O}(\frac{5}{2}^+), ^{12}\text{C}(0^+))$	$\frac{5}{2}$	$I + \frac{5}{2}$ $I + \frac{3}{2}$ $I + \frac{1}{2}$ $I - \frac{1}{2}$ $I - \frac{3}{2}$ $I - \frac{5}{2}$
inelastisch $(^{17}\text{O}(\frac{1}{2}^+), ^{12}\text{C}(0^+))$	$\frac{1}{2}$	$I + \frac{1}{2}$ $I - \frac{1}{2}$

Abb. zu Anhang D.I: Definition des Schwerpunktes im asymmetrischen Zweizentren-Schalenmodell (als Beispiel ist das $^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$ System angedeutet.)

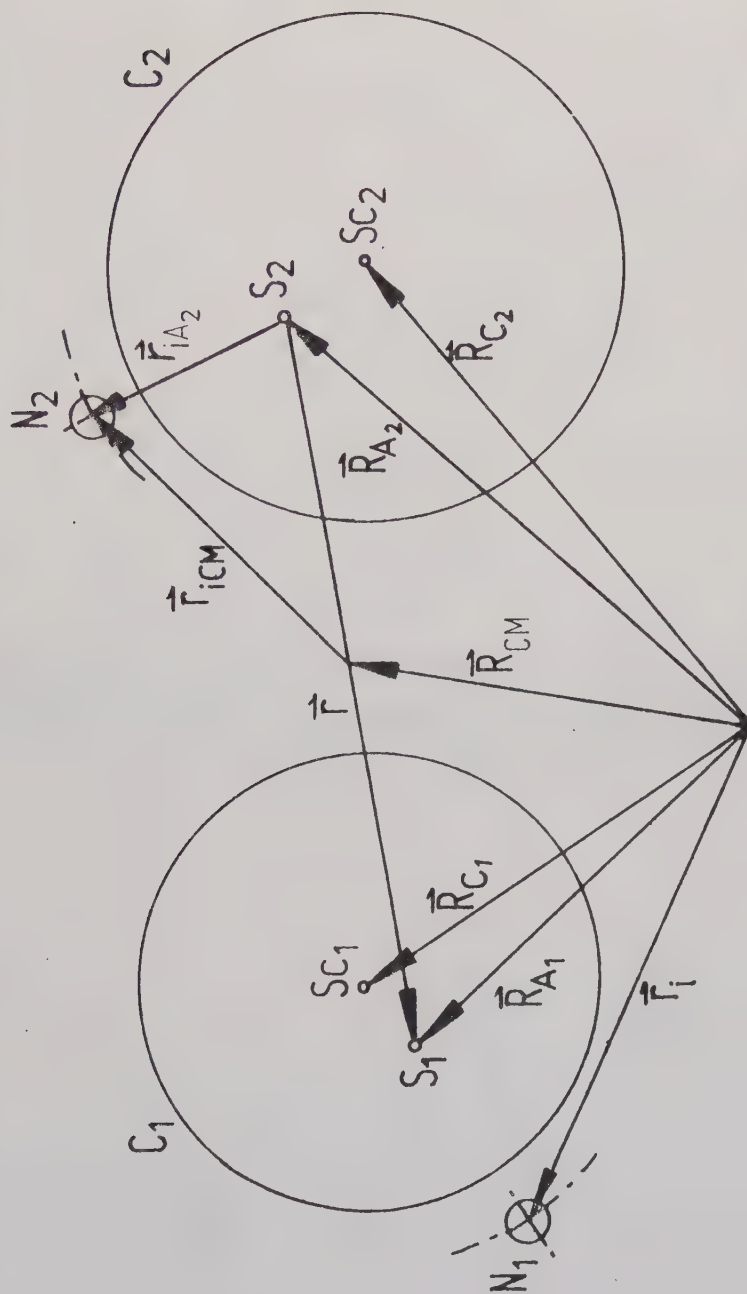


UFfm TP 88-199

Abb. 2.1: Definition der verschiedenen Koordinaten des Particle-Core-Modells. $\vec{R}_{\text{c.m.}}$ = Schwerpunktkoordinate, $\vec{r}$ = Relativkoordinate, S_1, S_2 = Schwerpunkt der Kerne mit A_1, A_2 Nukleonen, S_{C_1}, S_{C_2} = Schwerpunkt der Cores mit C_1, C_2 Nukleonen, $\vec{r}_{iA_{1,2}}$ = Nukleonenkoordinaten bezogen auf S_1, S_2 , $\vec{r}_{i\text{c.m.}}$ = Nukleonenkoordinaten bezüglich des Schwerpunktes.

$$A_1 = N_1 + C_1$$

$$A_2 = N_2 + C_2$$



S_1, S_2 = Kernschwerpunkt
 SC_1, SC_2 = Coreschwerpunkt

Abb. 2.2: Zweizentren-Potential entlang der intrinsischen z -Achse und zugehörige Kernform. Die Bedeutung der geometrischen Größen ist angedeutet und die Definition des Parameters $\epsilon = \frac{E_0}{E'}$ wird erläutert.

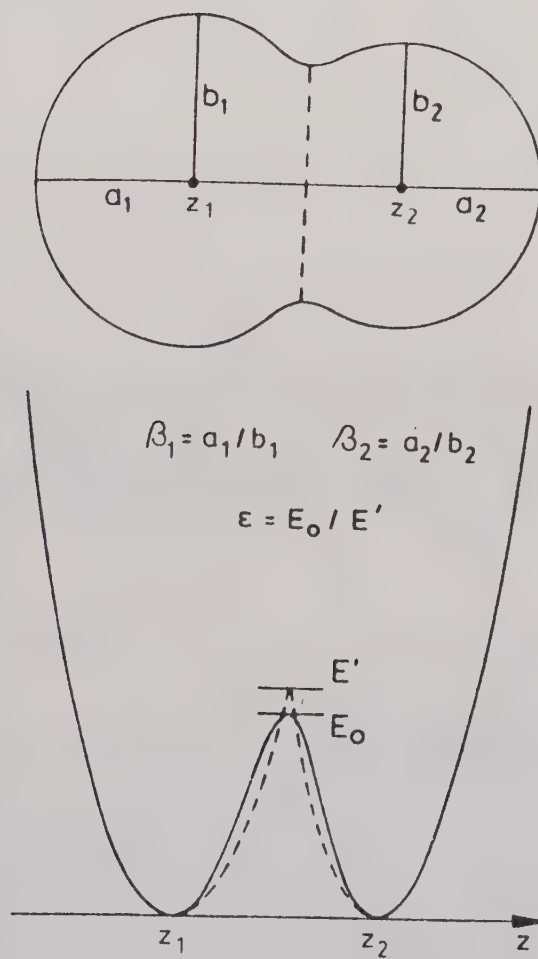
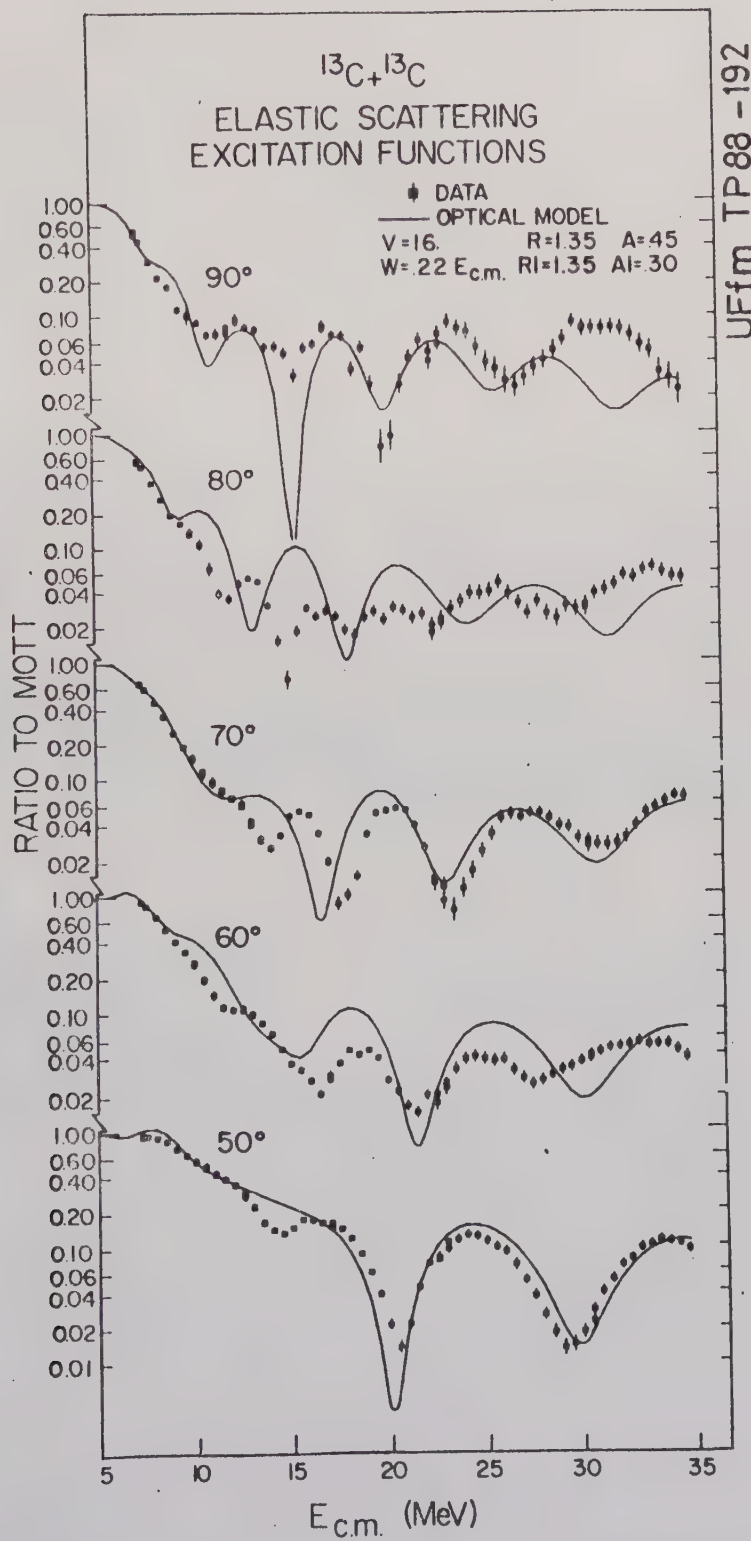
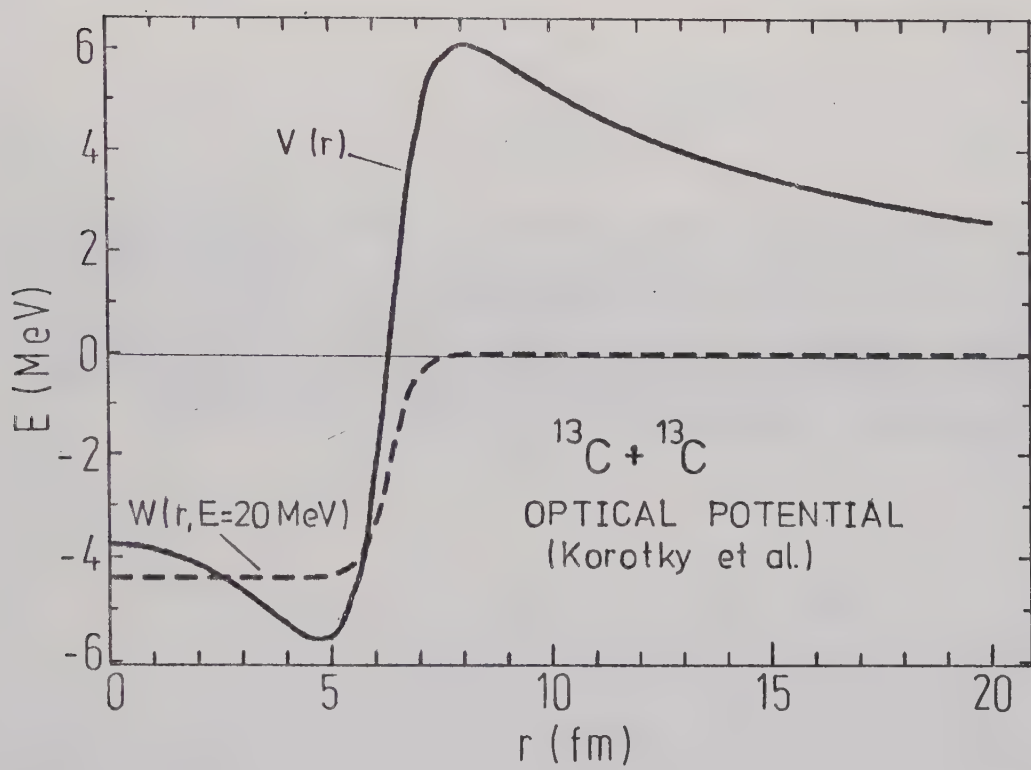


Abb. 3.1: Optische Modellrechnung und experimentelle Daten (beides von /Kor 83/) für die elastische Streuung von ^{13}C an ^{13}C . Die Parameter des optischen Potentials (reelles und imaginäres Woods-Saxon-Potential) sind oben rechts angegeben. (Diese Abb. ist /Kor 83/ entnommen.)



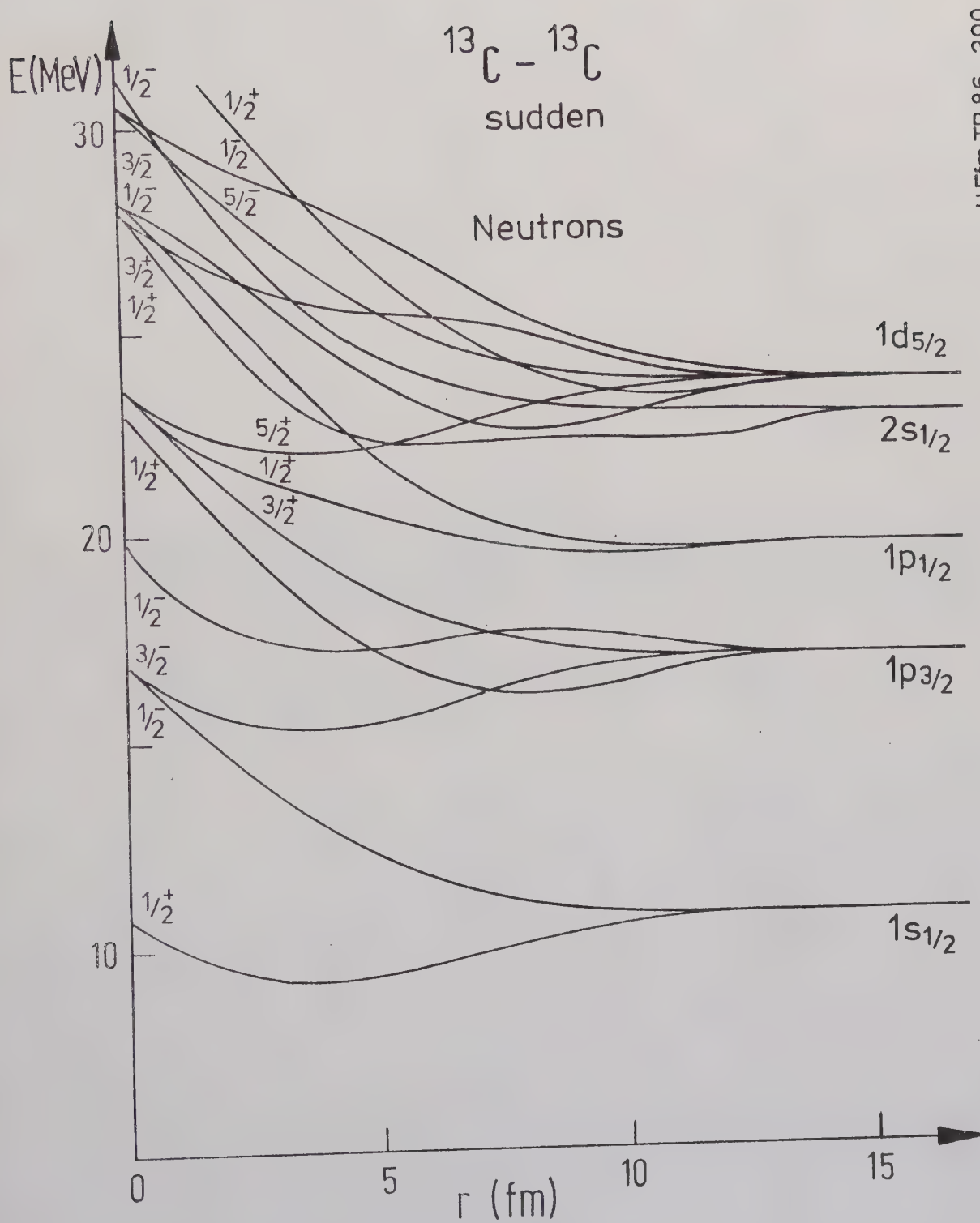
UFfm TP88-192

Abb. 3.2: Radiales Verhalten des in den gekoppelten Kanalrechnungen für das $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -System benutzten optischen Potentials $U(r) + iW(r)$ (Potentialparameter wie in Abb. 3.1 angegeben).



UFfm TP88-193

Abb. 3.3: Zweizentren-Niveaudiagramm für Neutronenzustände in dem System $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}\rightarrow^{26}\text{Mg}$. Das Niveaudiagramm ist in der Sudden-Näherung mit den im Text angegebenen Parametern berechnet worden ($\epsilon = 1$). $+/-$ bezeichnet Zustände mit gerader/ungerader Parität. Dieses Zweizentren-Modell ist in beiden Fragmentationen benutzt worden. In den gekoppelten Kanalrechnungen werden die $1p_{\frac{1}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveaus berücksichtigt.



UFFm TP 86-390

Abb. 3.4: Eigenfunktionen des $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Zweizentren-Hamilton-Operators zu gerader (durchgezogene Linien) und ungerader (gestrichelte Linien) Parität jeweils für das $1p_{\frac{1}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveau, wenn $\rho' = \sqrt{x'^2 + y'^2} \equiv 0$.

$r=19.64 \text{ fm}$

10.94 fm

6.22 fm

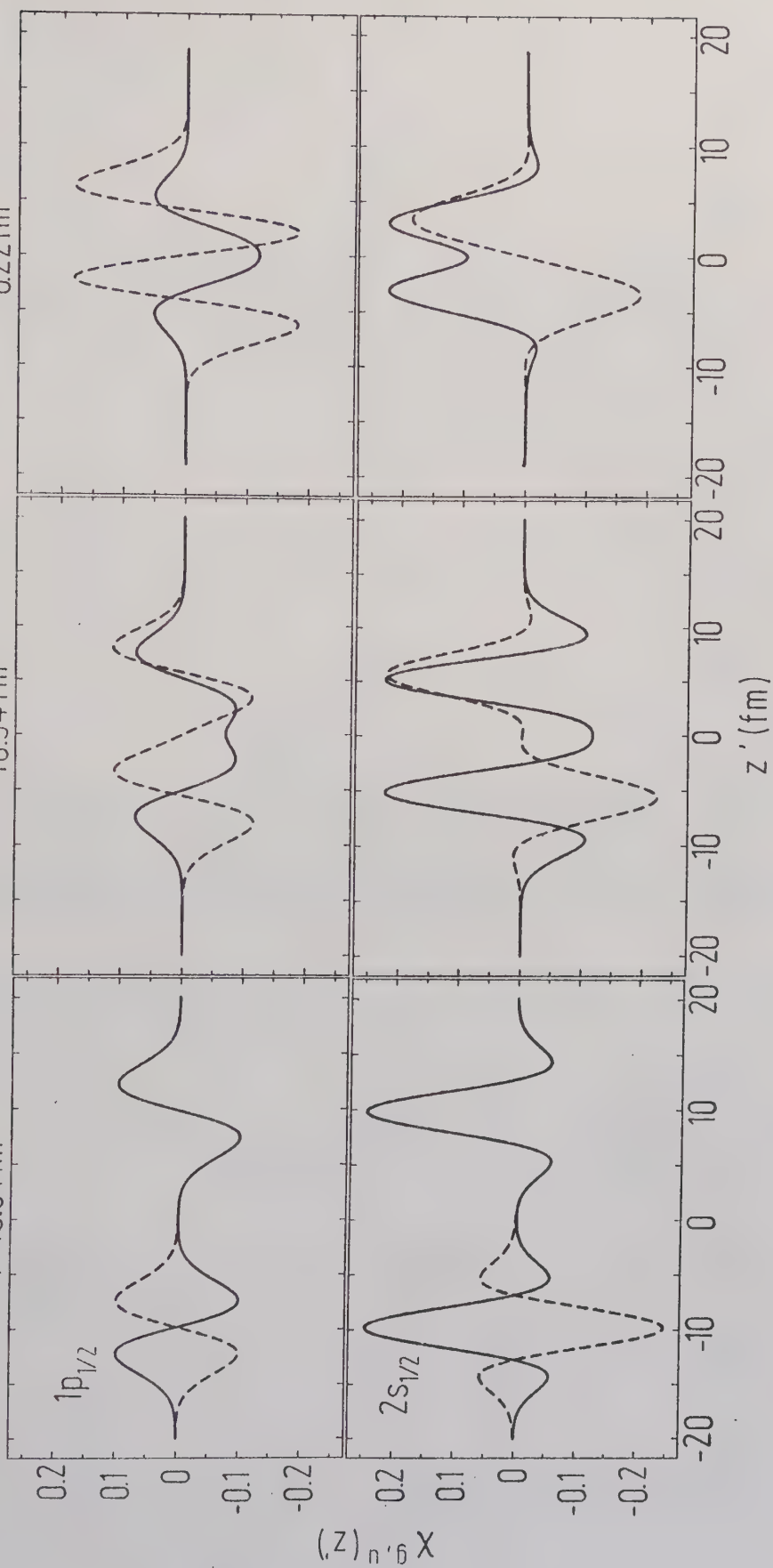


Abb. 3.5: Höhenlinienbild in der (ρ', z') -Ebene der Dichteverteilung eines Neutrons, das asymptotisch an dem rechts vom Koordinatenursprung befindlichen Core lokalisiert ist und das $1p_{\frac{1}{2}}$ - bzw. $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveau besetzt, für die drei Zweizentrenabstände (= Relativabstände) $r = 2z_0 = 19.64, 10.94$ und 6.22 fm.

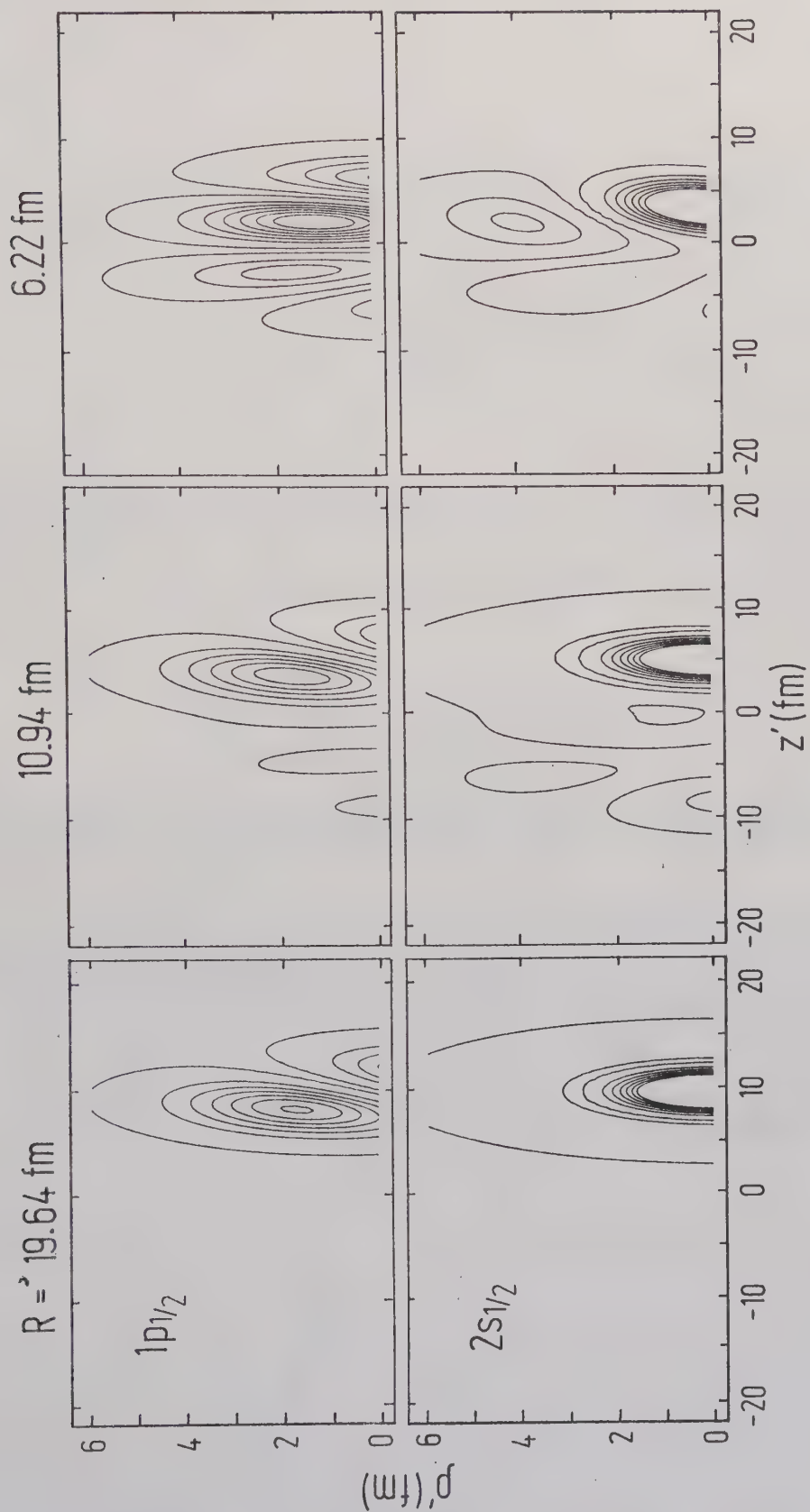


Abb. 3.6: (a) Radiales Kopplungsmatrixelement (durchgezogene Linie) für den Übergang

$$\langle \tilde{\Phi}_K | (\frac{\partial}{\partial r} + D_0) | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle |_{M'=0}$$

mit

$$\begin{aligned} K &= \{s = 0, (\text{g.s.}, \text{g.s.}), J = 1, l \text{ ungerade}\}, \\ K' &= \{s = 0, (\text{g.s.}, 1/2^+), J = 1, l \text{ gerade}\}. \end{aligned}$$

Die einzelnen Beiträge des $\frac{\partial}{\partial r}$ - und D_0 -Operators sind durch die gestrichelte bzw. gepunktete Linie dargestellt. (Zweizentren-Parameter wie in Abb. 3.3).

(b) Die durchgezogene Kurve zeigt noch einmal das in Abbildung (a) mit einer durchgezogenen Linie dargestellte radiale Kopplungsmatrixelement, das sich bei Verwendung von $\epsilon = 1$ und Sudden-Näherung in den Zweizentren-Rechnungen ergibt. Die gestrichelte Kurve zeigt für denselben Übergang das radiale Matrixelement, das sich ergibt, wenn stattdessen die Zweizentren-Wellenfunktionen in der adiabatischen Näherung mit $\epsilon = .65$ (alle anderen Parameter unverändert) berechnet werden.

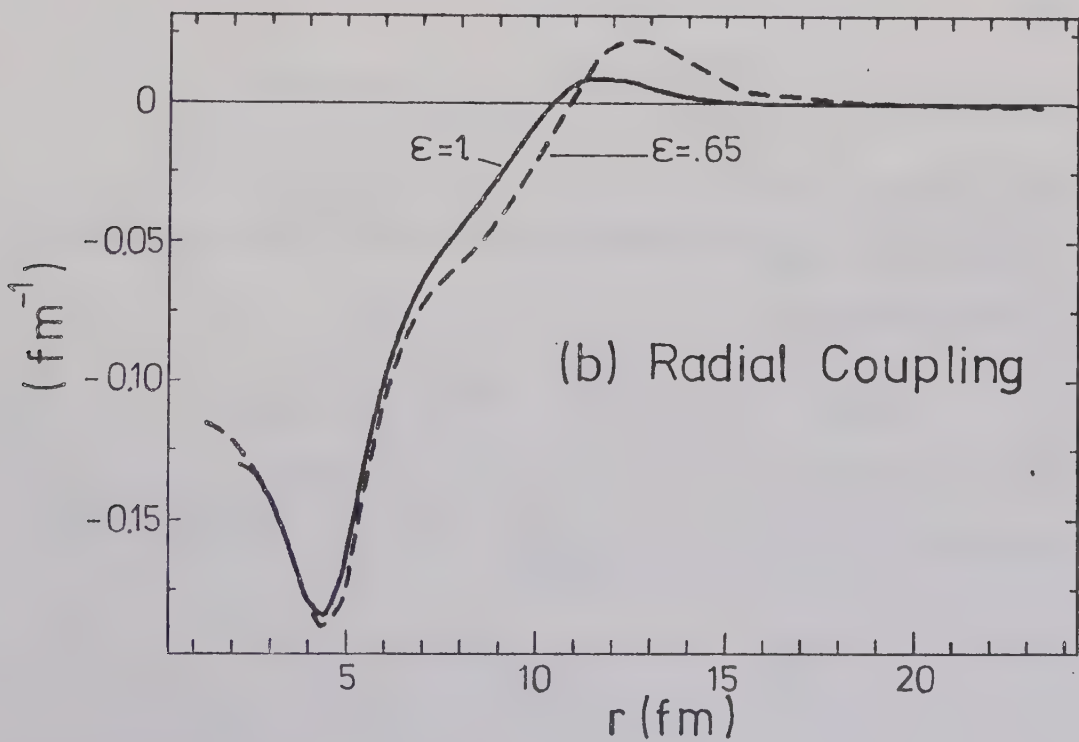
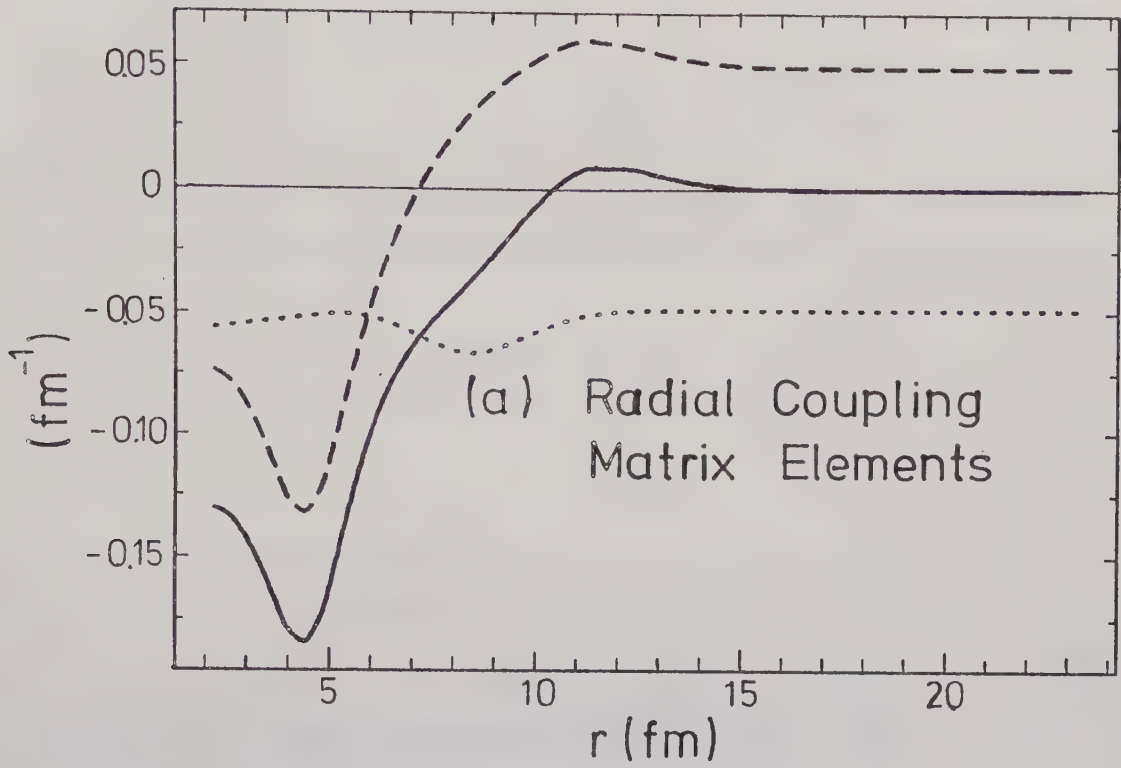


Abb. 3.7: (a) Radiale Kopplungsmatrixelemente $\langle \tilde{\Phi}_K | \frac{\partial}{\partial r} | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle$ (gepunktete Linie), $\langle \tilde{\Phi}_K | D_0 | \tilde{\Phi}_{K'} \rangle$ (gestrichelte Linie), und $(M_{KK'}(s'' = 0) + M_{KK'}(s'' = 1))/2$ (durchgezogene Linie) (s. Gleichungen (2.81a,b)) zwischen dem einfach inelastischen Kanal $K = \{s = 0, (g.s., \frac{1}{2}^+), J = 1, l \text{ ungerade}\}$ und dem Transferkanal $K' = \{s = 1, (g.s., g.s.), J = 0, l \text{ gerade}\}$.

(b) Matrixelemente der Rotationskopplung zwischen elastischen und Transfer-Kanälen:

- (i) $\frac{1}{\hbar} \langle \tilde{\Phi}_{KM-1}^A | J^- | \tilde{\Phi}_{K'M}^A \rangle$ (durchgezogene Linie),
- (ii) $\frac{1}{\hbar} \langle \tilde{\Phi}_{KM+1}^A | J^+ | \tilde{\Phi}_{K'M}^A \rangle$ (gestrichelte Linie)

mit

$$\begin{aligned} K &= \{s = 0, (g.s., g.s.), J = 1, l \text{ ungerade}\} \text{ und} \\ K' &= \{s = 1, (g.s., g.s.), J = 0, l \text{ ungerade}\} \end{aligned}$$

und

$$(iii) \quad \frac{1}{\hbar^2} \langle \tilde{\Phi}_{KM}^A | J^2 | \tilde{\Phi}_{K'M}^A \rangle \text{ (gepunktete Linie),}$$

mit

$$\begin{aligned} K &= \{s = 0, (g.s., g.s.), J = 0, l \text{ gerade}\} \text{ und} \\ K' &= \{s = 1, (g.s., g.s.), J = 0, l \text{ gerade}\}. \end{aligned}$$

Diese Matrixelemente sind wie in Anhang D beschrieben berechnet worden. Die eingesetzte Abbildung zeigt das Anwachsen der Matrixelemente im Oberflächenbereich.

(c) Rotationskopplung

$$\frac{1}{2\mu r^2} \langle [Y_l \otimes \Phi_{K(s=0)}^A]^{[I]} | (\vec{I} - \vec{J})^2 | [Y_{l'} \otimes \Phi_{K'(s=1)}^A]^{[I']} \rangle$$

zwischen den elastischen und Transfer-Kanälen für die Drehimpulse $J_{s=0} = 1, I = 9$ (durchgezogene Linie) und $J_{s=0} = 0, I = 10$ (gepunktete Linie). (Zweizentren-Parameter wie in Abb. 3.3).

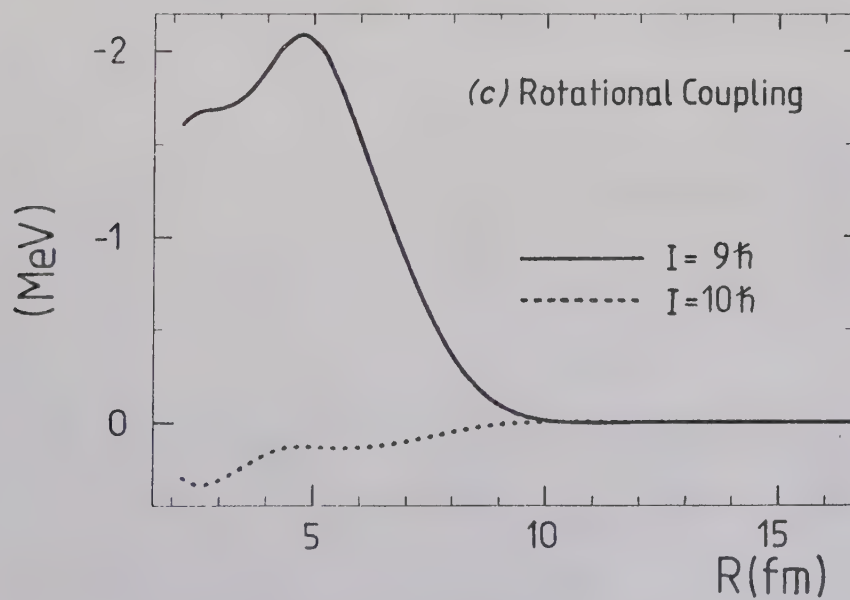
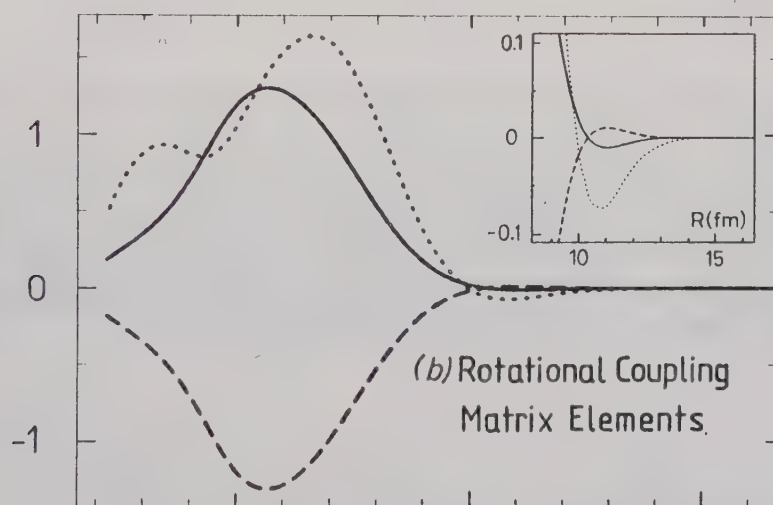
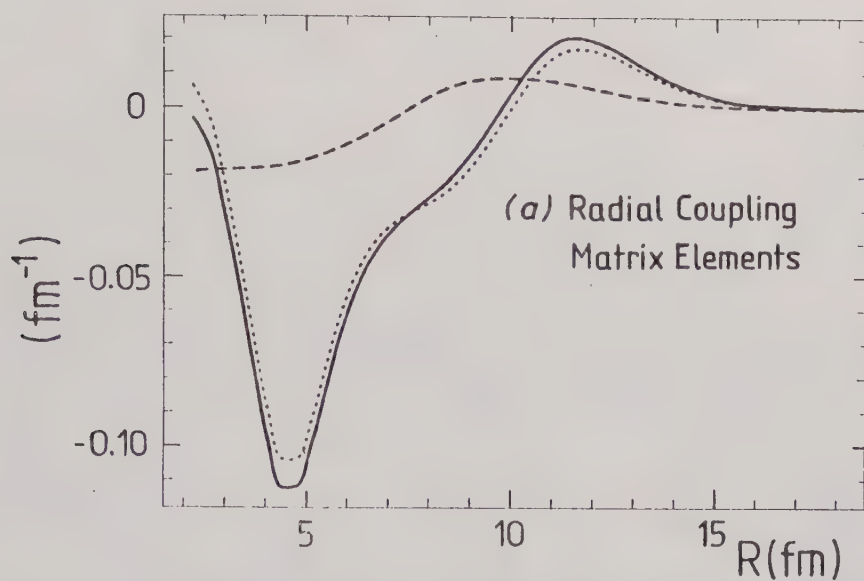
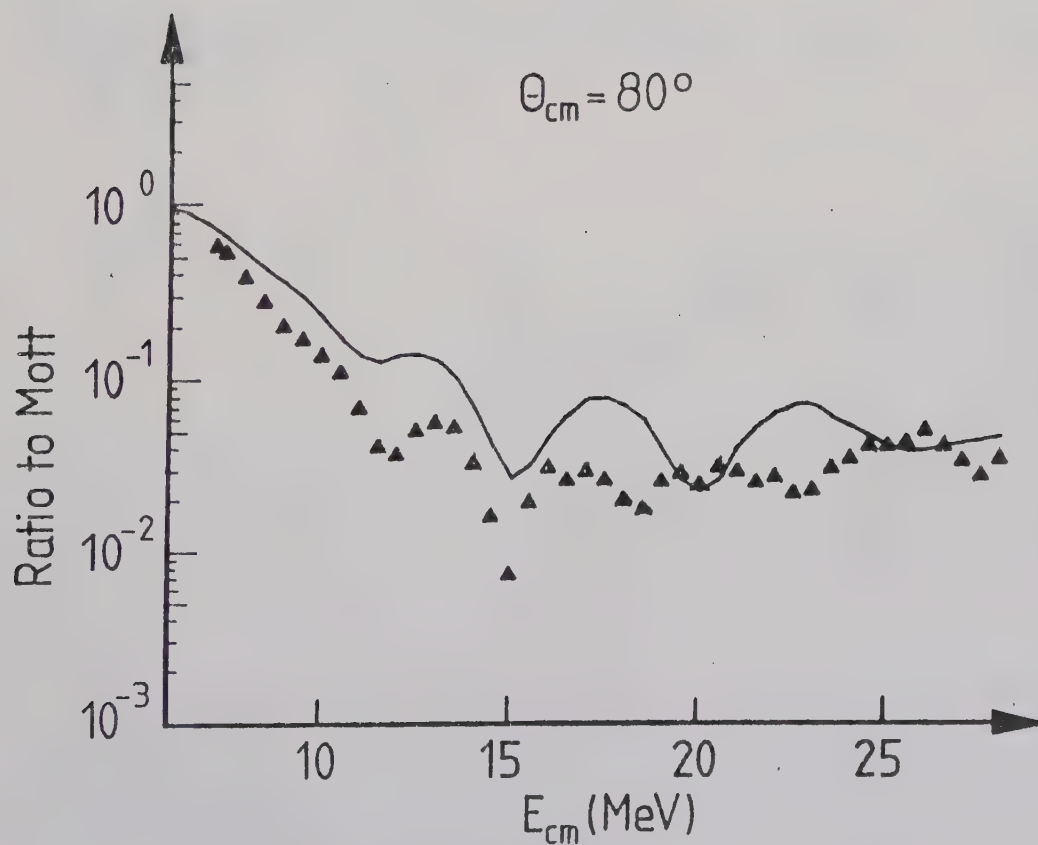
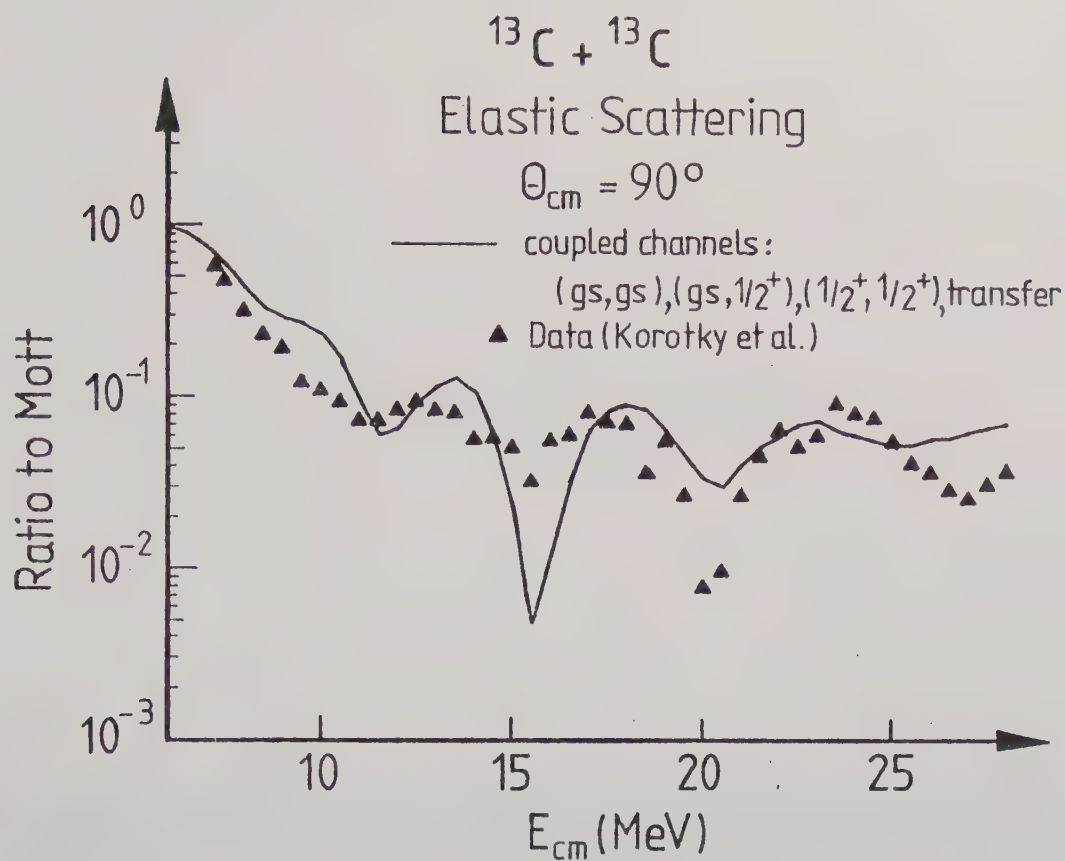
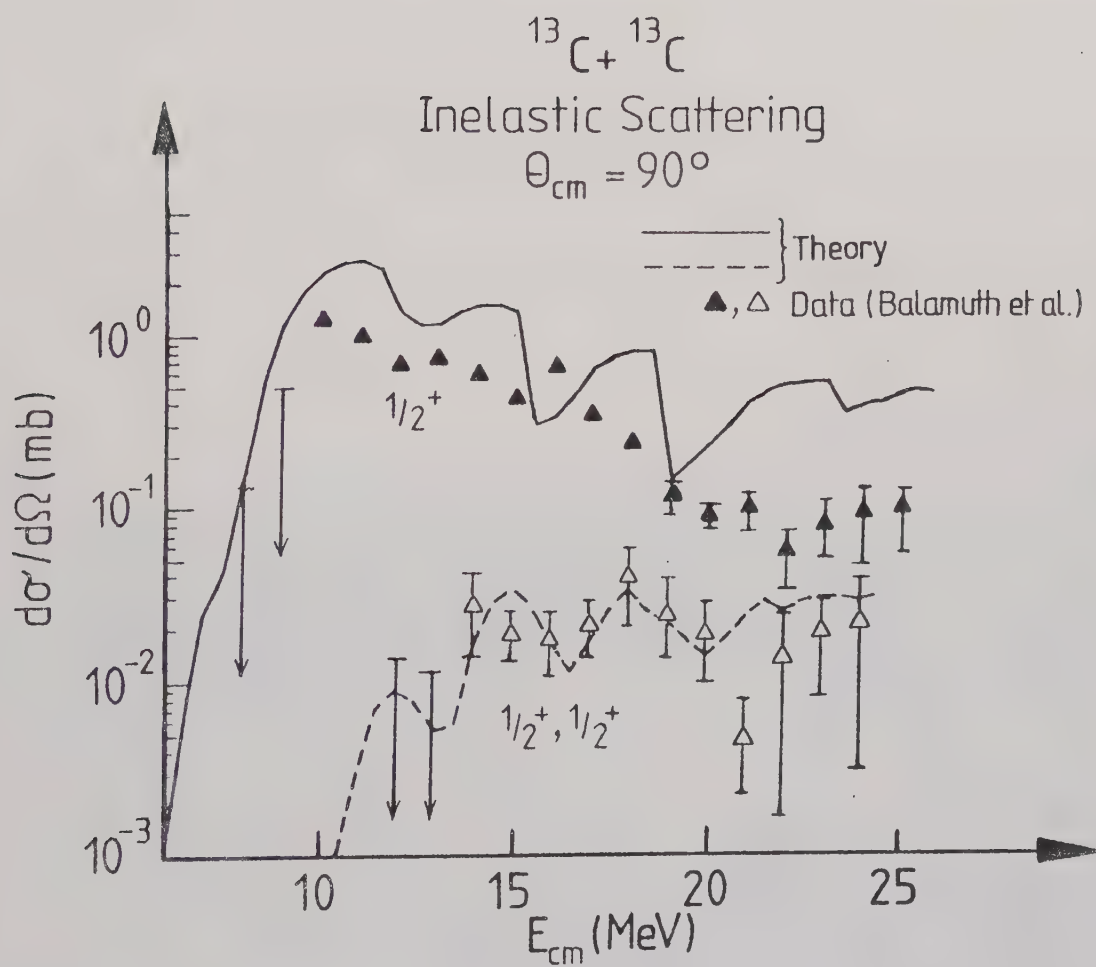


Abb. 3.8: Elastischer Wirkungsquerschnitt im Verhältnis zur Mott-Streuung von ^{13}C an ^{13}C für $\theta_{\text{c.m.}} = 90^\circ$ und 80° . Die gekoppelten Kanalrechnungen, deren Ergebnisse die durchgezogenen Linien repräsentieren, umfassen die in Tabelle 3.I aufgeführten Kanäle: die elastische, einfach und doppelt inelastische Streuung zum ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustand von ^{13}C sowie den Einnukleonen-Transfer zum $^{14}\text{C}(\text{g.s.})+^{12}\text{C}(\text{g.s.})$ -System. Die Dreiecke symbolisieren die von Korotky *et al.* /Kor83/ gemessenen Daten.



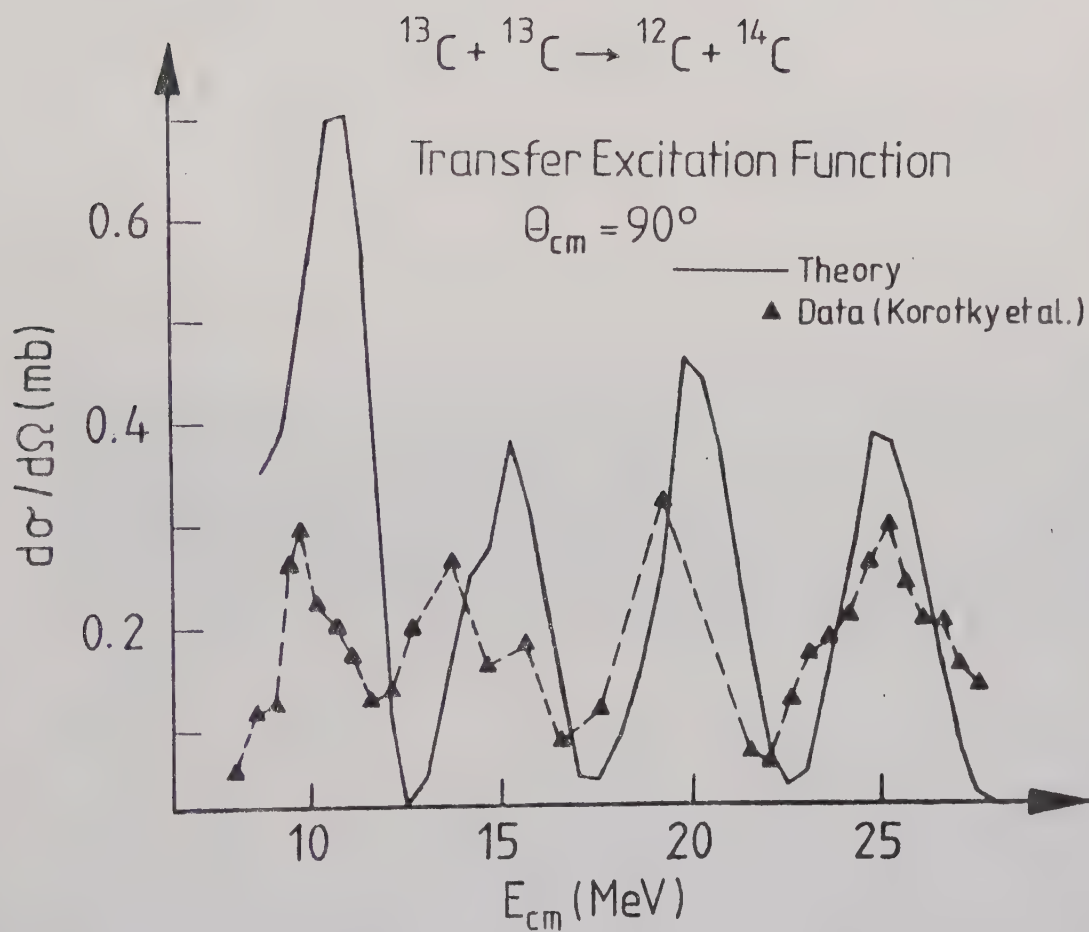
UFfm TP86 - 393

Abb. 3.9: 90° -Wirkungsquerschnitte für die einfache (durchgezogene Linie) und doppelt (gestrichelte Linie) inelastische Anregung des ersten angeregten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{13}C ($E^* = 3.09 \text{ MeV}$) in der $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$ -Streuung. Die von Balamuth *et al.* /Bal84/ gemessenen Daten werden durch Dreiecke repräsentiert.



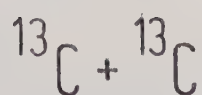
UFfm TP 86-394

Abb. 3.10: 90° -Anregungsfunktion der Transferreaktion $^{13}\text{C}+^{13}\text{C}\rightarrow^{12}\text{C}+^{14}\text{C}$. Die durchgehend gezeichnete Linie stellt die berechnete Anregungsfunktion dar (die berechneten Werte sind durch gerade Linien miteinander verbunden worden), die mit gestrichelt gezeichneten Linien verbundenen Dreiecke stellen die von Korotky *et al.* /Kor83/ gemessene Transfer-Anregungsfunktion dar.



U Ffm TP86-395

Abb. 3.11: Einfach und doppelt inelastische 90^0 -Anregungsfunktionen für drei verschiedene Werte des Neckparameters ϵ des Zweizentren-Modells. In den Zweizentren-Rechnungen wurde weiterhin für $\epsilon = 1$ die Sudden-Näherung, für die beiden übrigen ϵ -Werte jeweils die adiabatische Näherung benutzt. Die in dieser Abbildung dargestellten Ergebnisse beruhen auf gekoppelten Kanalrechnungen, die nicht die Transferkanäle mit einschlossen. Die Dreiecke repräsentieren die Daten von Balamuth *et al.* /Bal84/.



Inelastic Scattering

$$\Theta_{\text{c.m.}} = 90^\circ$$

$\Delta, \blacktriangle$ Data (Balamuth et al.)

--- } Theory with $\epsilon = \begin{cases} 1 \\ .85 \\ .65 \end{cases}$
 - - -
 - . -

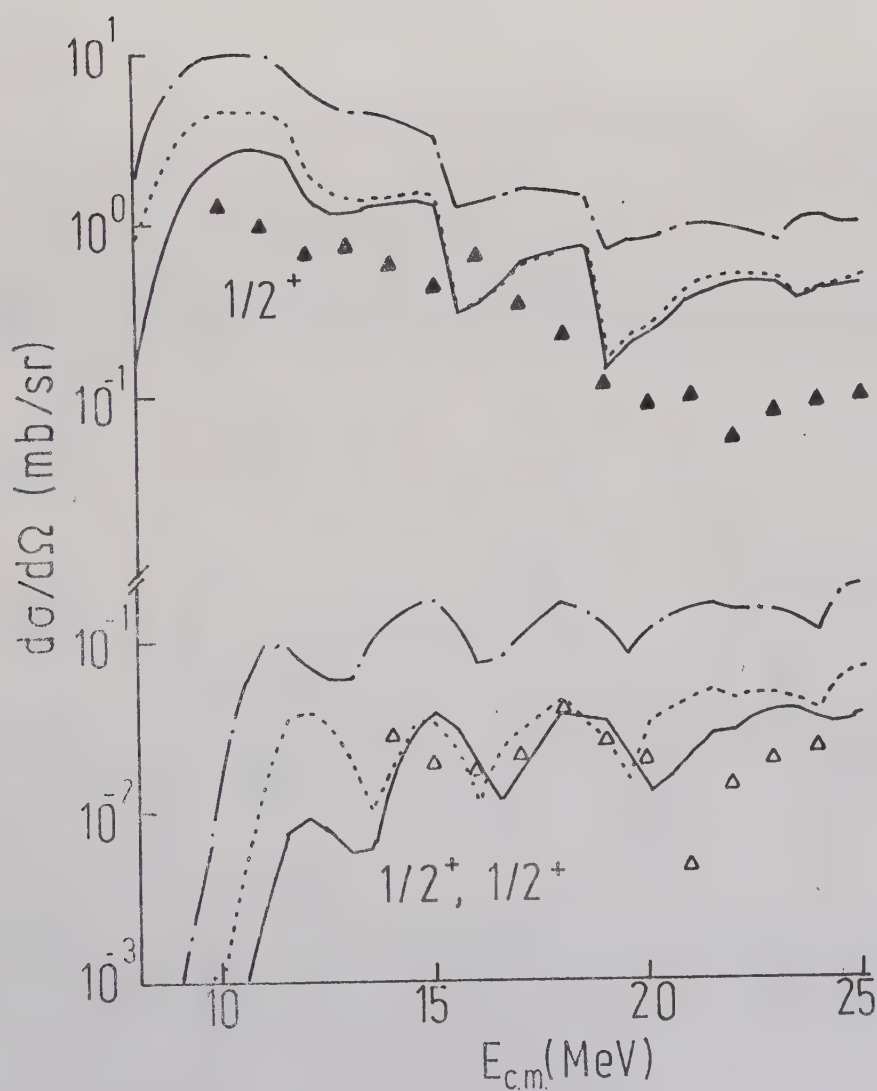


Abb. 3.12: 90° -Anregungsfunktionen für die einfache und doppelte inelastische Anregung des ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{13}C und den Einneutronen-Transfer im Stoß von ^{13}C an ^{13}C . Die durchgezogenen (gestrichelten) Linien repräsentieren die Ergebnisse gekoppelter Kanalrechnungen, in denen nur die radialen (Rotations-) Kopplungen verwendet wurden. Die Dreiecke stehen für die Daten von Korotky *et al.* /Kor83/ (Einneutronen-Transfer) und Balamuth *et al.* /Bal84/ (inelastische Streuung).

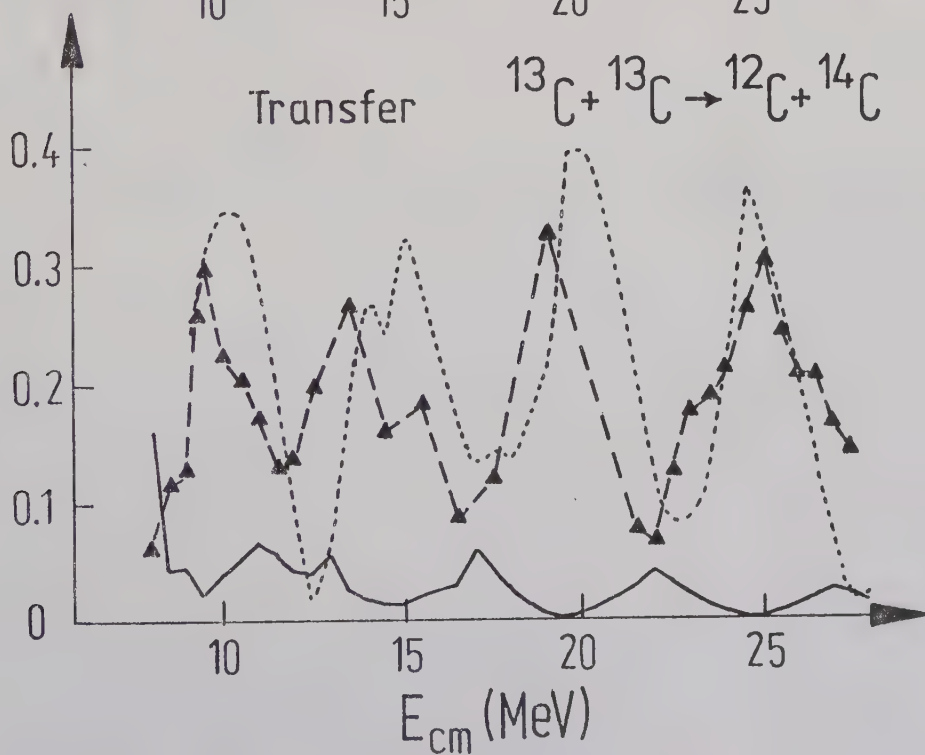
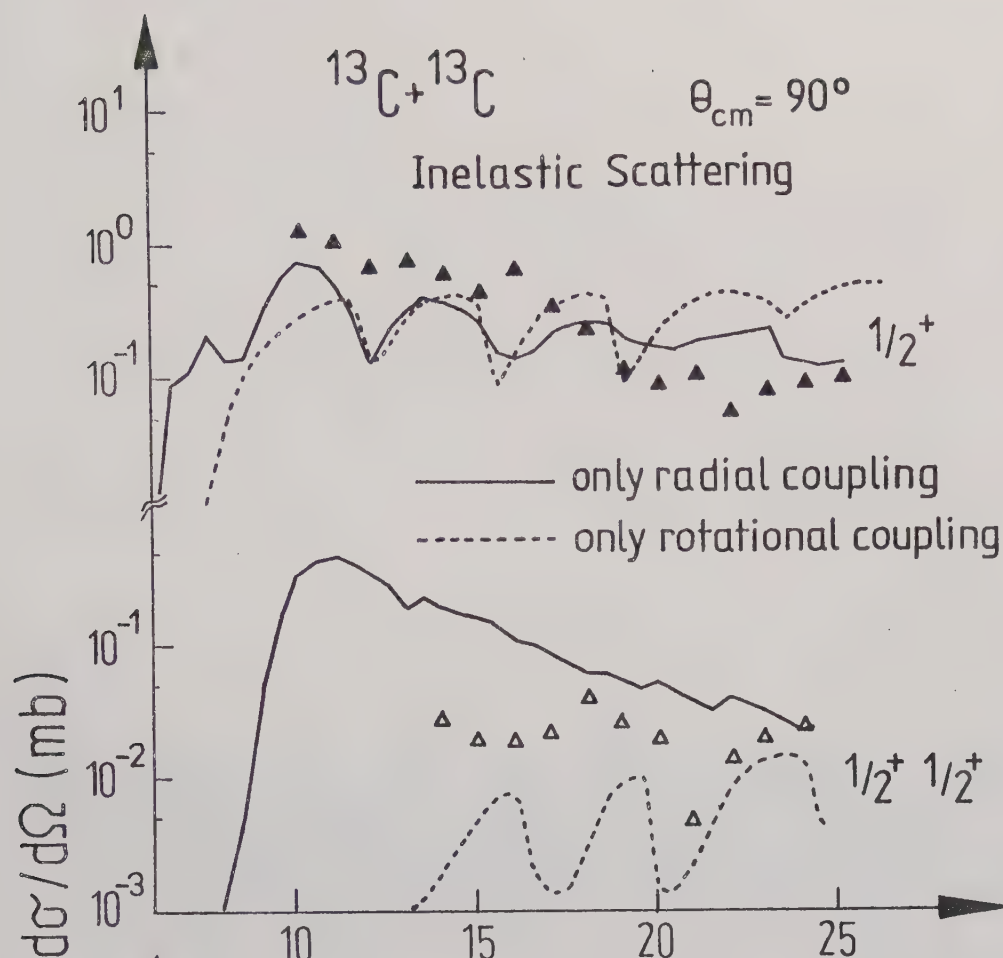
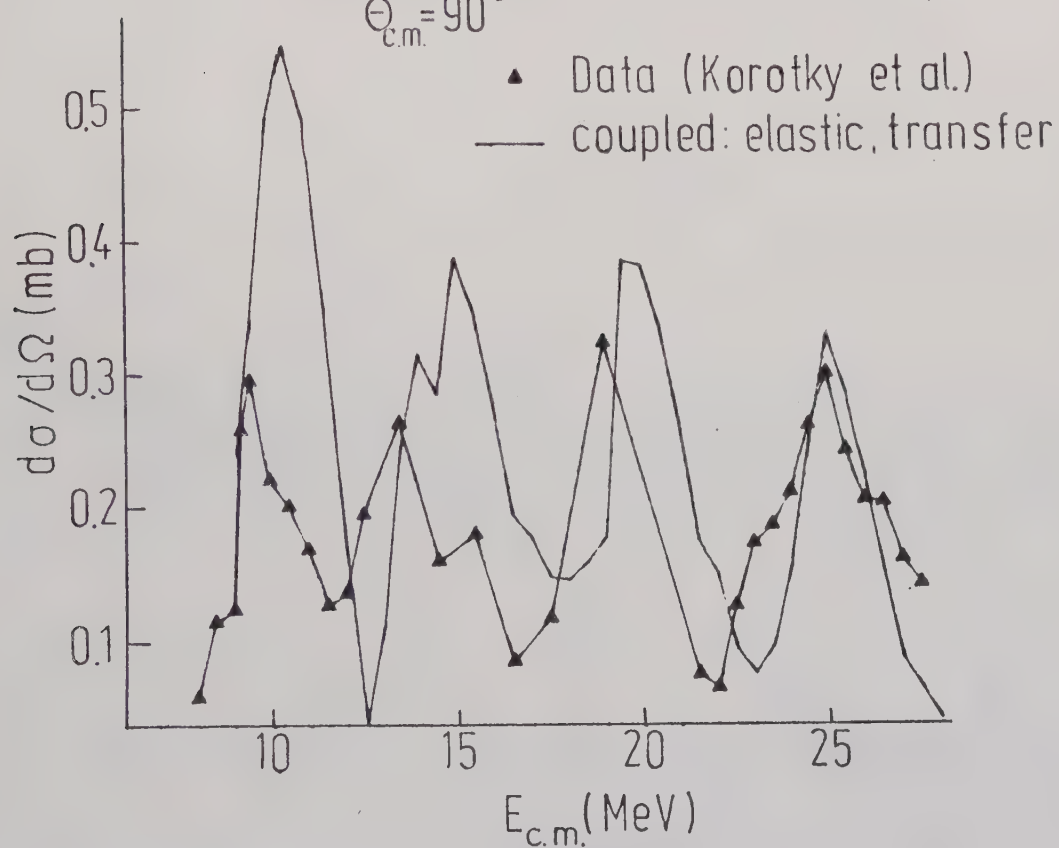
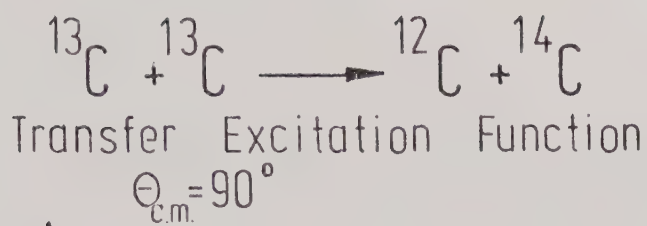


Abb. 3.13: 90° -Anregungsfunktion für die Transfer-Reaktion $^{13}\text{C}(^{13}\text{C}, ^{14}\text{C})^{12}\text{C}$ im Vergleich zu den durch Dreiecke dargestellten Daten von Korotky *et al.* /Kor83/. Dabei wurden in den gekoppelten Kanalrechnungen nur die elastischen und Transfer-Kanäle mitgenommen.



UFfm TP 88-208

Abb. 3.14: Unter Berücksichtigung der elastischen und Transfer-Kanäle für jeweils nur ungerade (durchgezogene Linie) oder gerade Werte von I (gestrichelte Linie) berechnete 90° -Transfer-Anregungsfunktion im Vergleich zu der Messung (Dreiecke) von Korotky *et al.* /Kor83/.

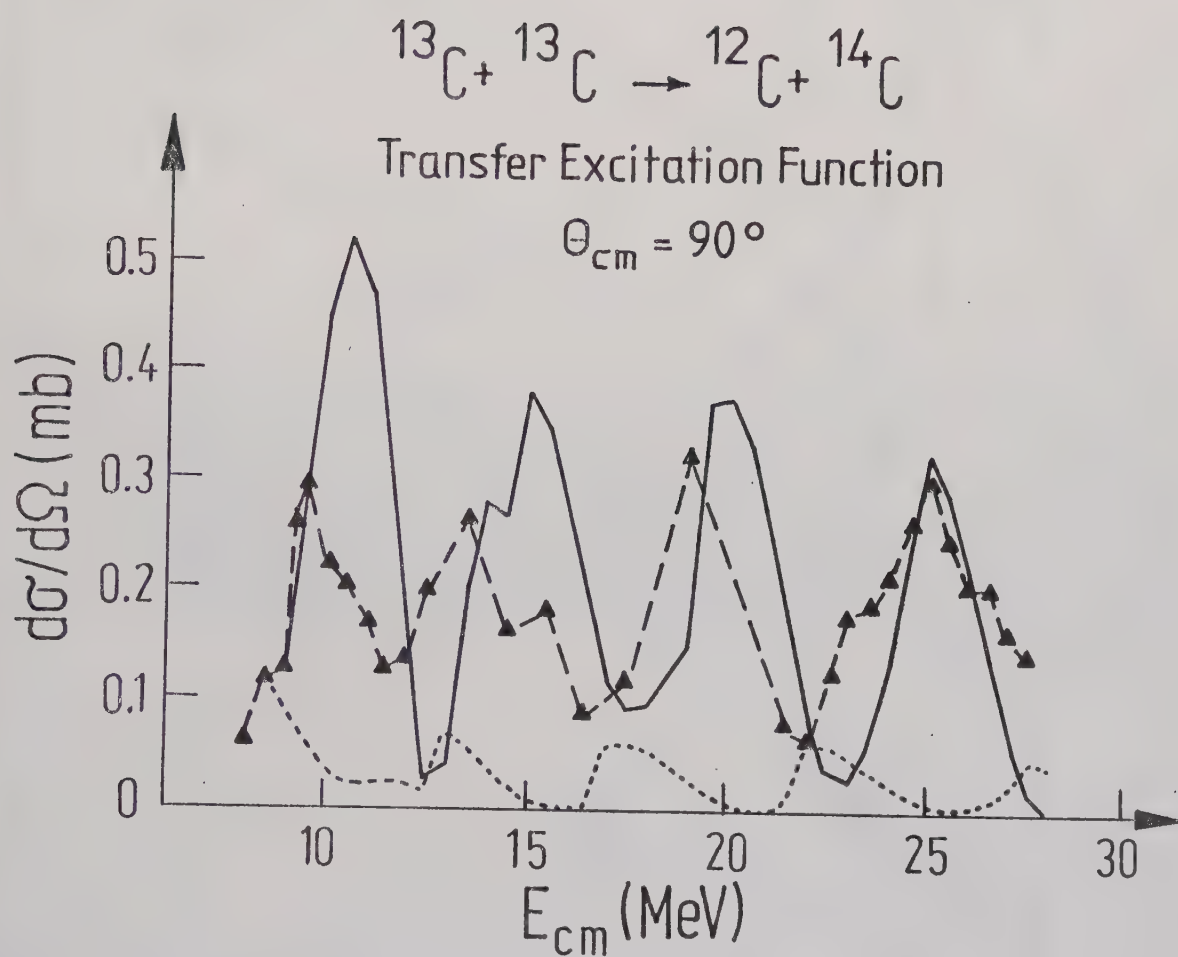


Abb. 3.15: S -Matrixelemente $|S_{\text{elastisch}(J=1,l=1) \rightarrow \text{Transfer}(J=0,l=1)}^I|$ für Drehimpulse l von $7\hbar$ bis $21\hbar$ als Funktion der Energie. Die durchgezogen (gestrichelt) gezeichneten Pfeile markieren die Energien der ersten virtuellen Resonanzzustände, die knapp oberhalb der Barrieren der entsprechenden diagonalen reellen Potentiale im jeweiligen elastischen (Transfer-) Kanal liegen. Die Bestimmung der Resonanzenergien erfolgte dabei ohne Mitnahme des imaginären optischen Potentials und ohne Berücksichtigung von Kopplungen an andere Kanäle.

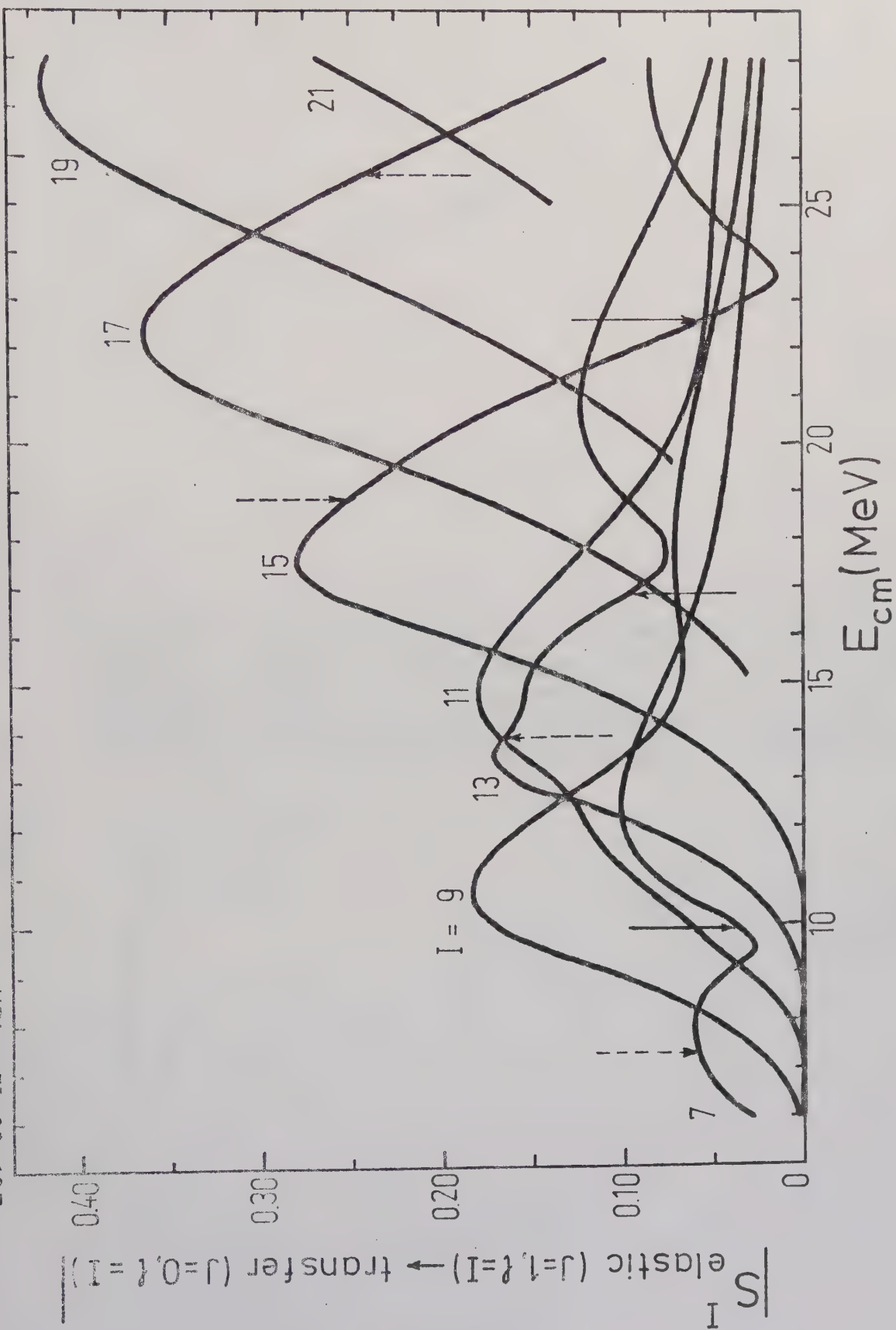


Abb. 3.16: Unter Mitnahme der elastischen und Transfer-Kanäle berechnete 90° -Streuquerschnitte für den Transfer, die jeweils nur die in der Abb. angegebenen zwei aufeinanderfolgenden ungeradzahligen Partialwellen berücksichtigen. Die Auswahl dieser ungeraden (totalen) Drehimpulse I richtete sich danach, ob die in der Abb. 3.15 dargestellten S -Matrixelemente in den entsprechenden Energiebereichen Maxima und Minima aufwiesen.

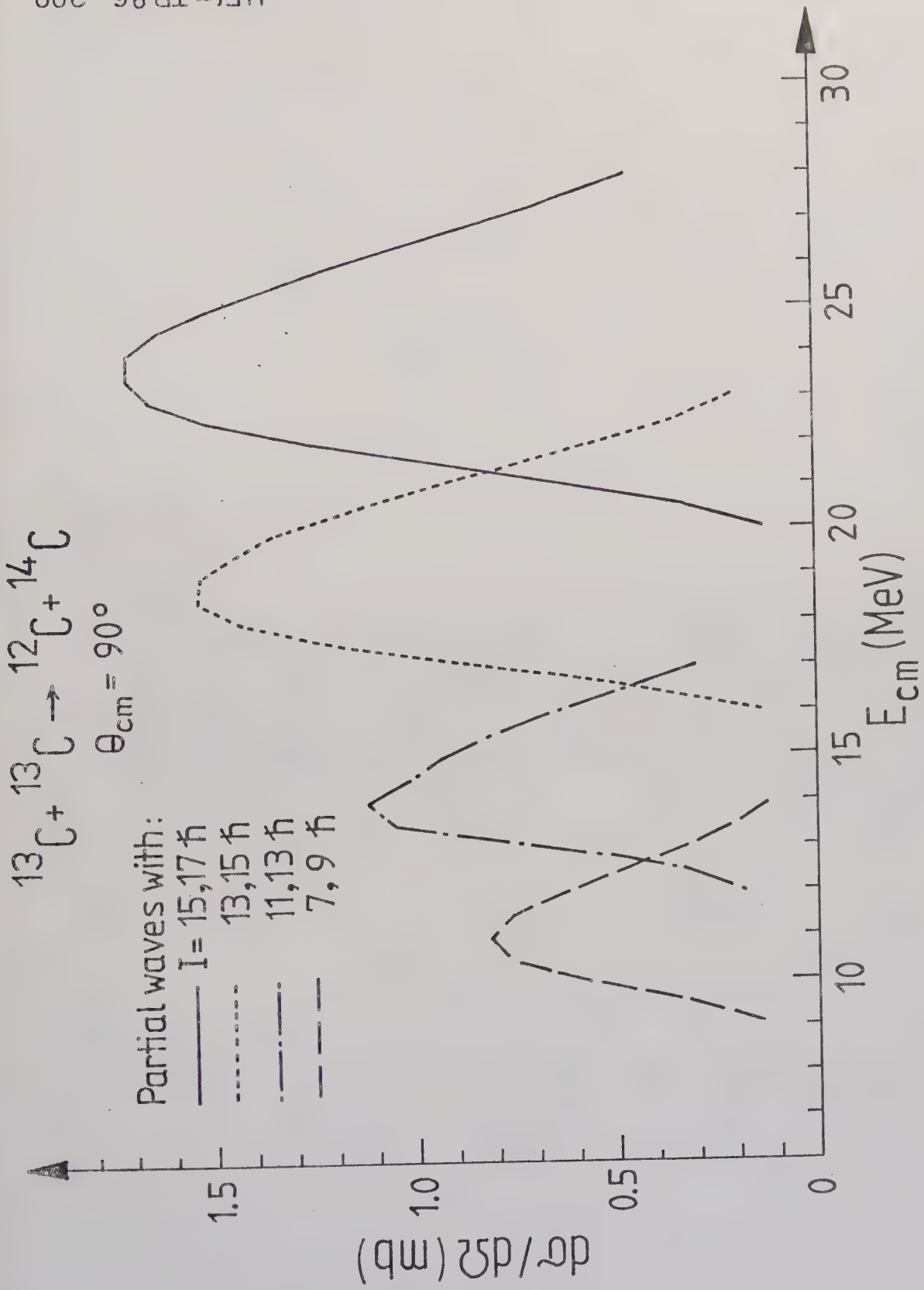
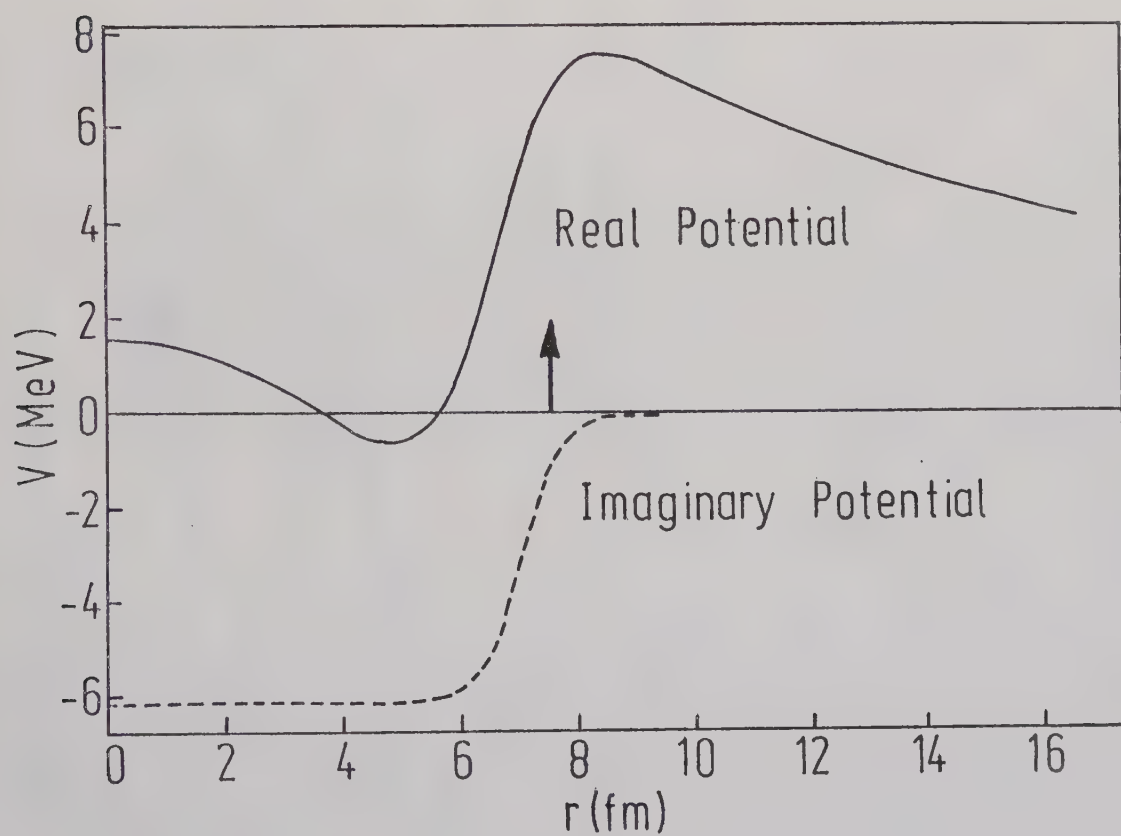


Abb. 3.17: Optisches Potential $U(r) + iW(r)$ von Freeman *et al.* /Fre86/, das als diagonales optisches Potential in unsere gekoppelten Kanalrechnungen für die $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$ -Reaktion eingeht. Die Parameter des reellen und imaginären Woods-Saxon-Potentiales lauten: $V = 14.26$ MeV, $a = .589$ fm, $r_0 = 1.35$ fm und $W = -6.17$ MeV, $a_I = .346$ fm, $r_{0_I} = 1.35$ fm. Der Pfeil markiert auf der r -Achse die Position des aufgrund der Pseudokreuzung zweier $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus auftretenden Peaks in der radialen Kopplung (näheres hierzu in Abschnitt 3.2.4).

$^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$
Optical Potential
(Freeman et al.)



UFfm TP 88-197

Abb. 3.18: Zweizentren-Niveaudiagramm für Neutronen des Systems $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{29}\text{Si}$. Die Parameter des Zweizentren-Potentiales stammen von Park *et al.* /Par80/ ($\epsilon = .68$; $C = \hbar\omega A^{\frac{1}{3}} = 32.21$ MeV; $\kappa_{^{29}\text{Si}} = 0.062953$, $\mu_{^{29}\text{Si}} = 0.178788$; $\kappa_{^{12}\text{C}} = 0.200263$, $\mu_{^{12}\text{C}} = -0.379414$; $\kappa_{^{17}\text{O}} = 0.099786$, $\mu_{^{17}\text{O}} = -0.2176$). Für endliche Relativabstände ist zwischen diesen κ, μ -Werten gemäß der von Scharnweber *et al.* vorgeschlagenen Vorschrift (2.24a,b) interpoliert worden. Die hier dargestellte Zweizentren-Rechnung wurde in der adiabatischen Näherung durchgeführt. Einige ausgewählte radiale (Rotations-)Kopplungen sind durch durchgezogene (gestrichelt) gezeichnete Pfeile angedeutet. Die vollen (offenen) Kreise symbolisieren die die untersten Niveaus besetzenden Neutronen des $^{16}\text{O}(^{12}\text{C})$ -Cores.

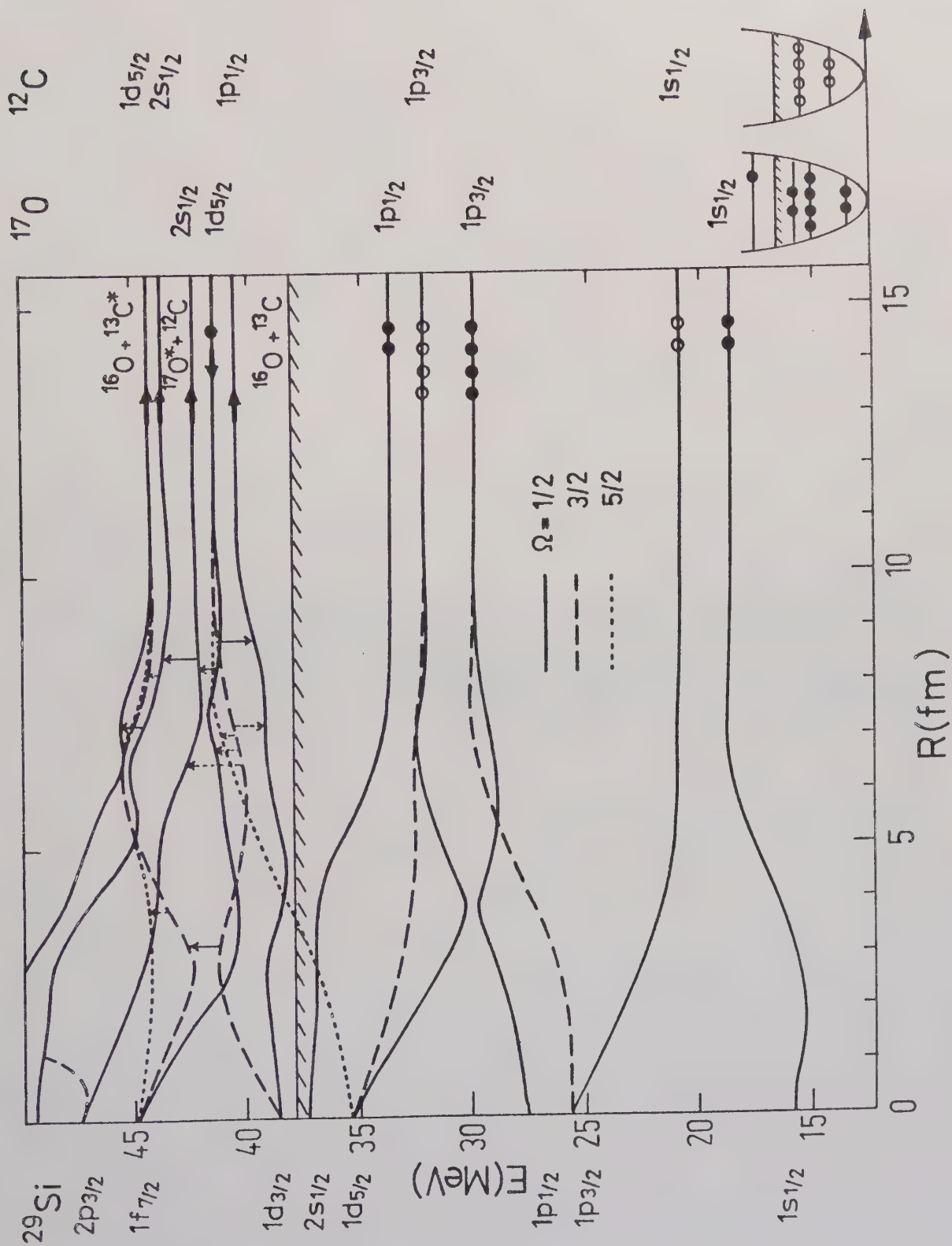


Abb. 3.19: Radiales Verhalten der Neutronen-Einteilchenenergien der $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus des $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Zustandes bei in r linearer Interpolation von κ, μ für Zweizentren-Abstände zwischen 7.6 fm und 1.5 fm (Zweizentren-Parameter wie in Abb. 3.18 angegeben).

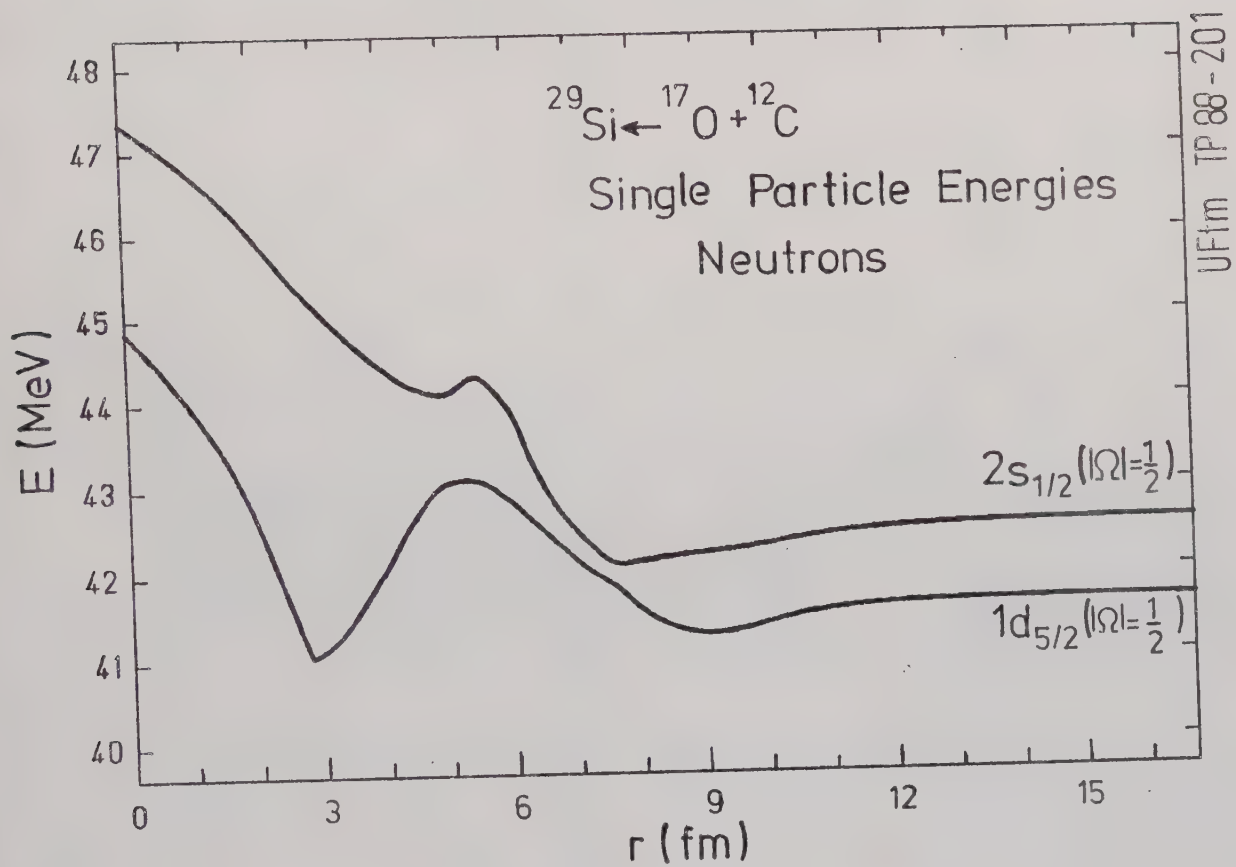


Abb. 3.20: Höhenlinienbild in der (ρ', z') -Ebene der Dichteverteilung des Valenzneutrons von ^{17}O , das das $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveau des $2s_{\frac{1}{2}}$ - (obere Bildreihe) oder $1d_{\frac{5}{2}}$ -Zustandes (untere Bildreihe) besetzt, für drei ausgewählte Relativabstände kurz vor, an und hinter der vermiedenen Niveaureuzung (vgl. Abb. 3.18). (Zweizentren-Parameter wie in Abb. 3.18 angegeben).

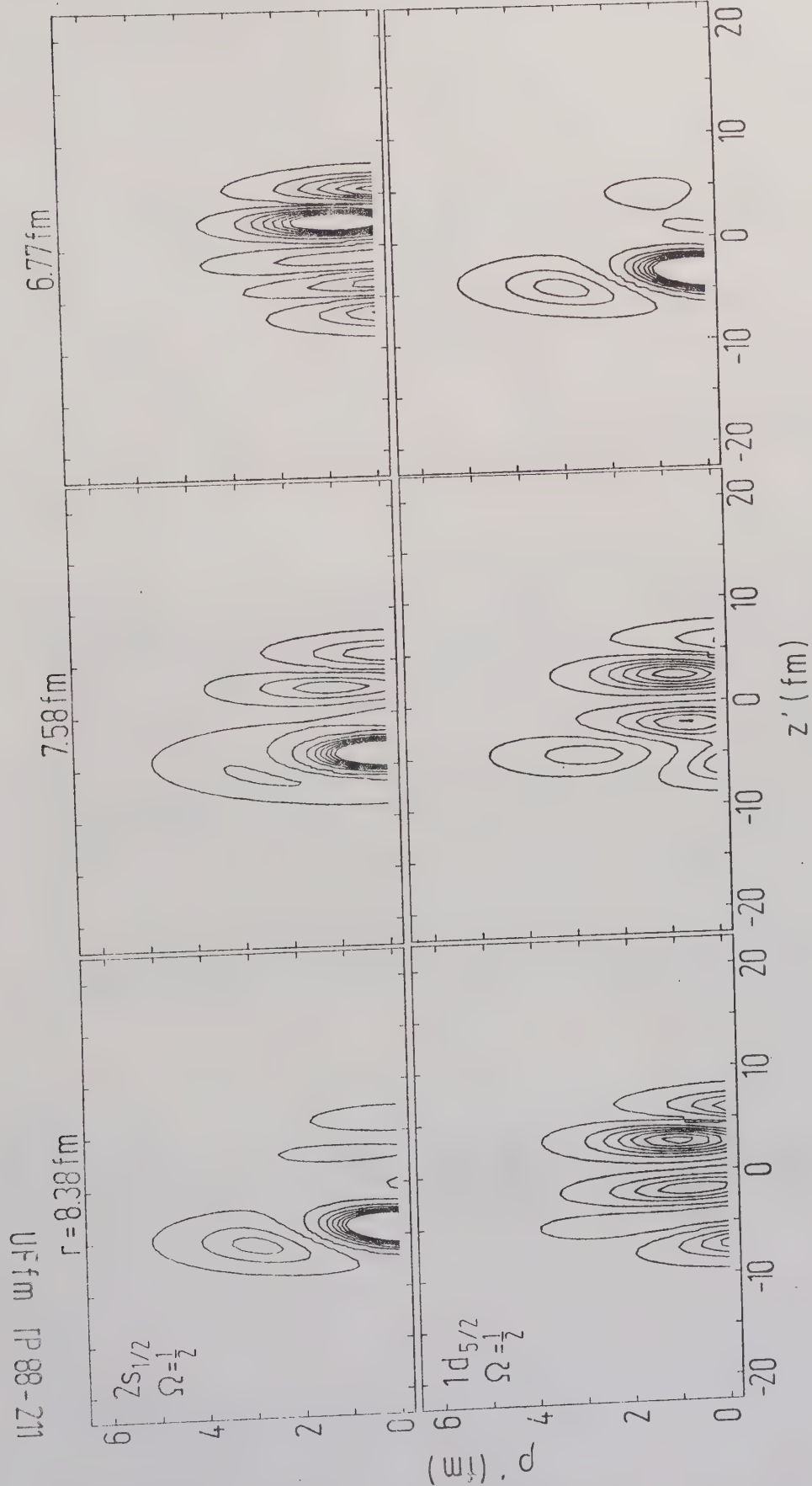


Abb. 3.21: (a) Zweizentren-Niveaudiagramm für Neutronenzustände im System $^{17}\text{O} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{29}\text{Si}$. Die Abb. zeigt nur die Einteilchen-Niveaus, die in den gekoppelten Kanalrechnungen explizit mitgenommen werden. Die durchgezogenen, gestrichelt und gepunktet gezeichneten Linien stellen molekulare Zustände mit $|\Omega| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ und $\frac{5}{2}$ dar.

(b) Radiales Kopplungsmatrixelement $\langle 1d_{\frac{5}{2}}(\Omega = \frac{1}{2}) | \frac{\partial}{\partial r} + D | 2s_{\frac{1}{2}}(\Omega = \frac{1}{2}) \rangle$ für den Übergang vom Grundzustand von ^{17}O zum ersten angeregten Zustand durch Anregung des Valenzneutrons vom $1d_{\frac{5}{2}}(\Omega = \frac{1}{2})$ in das $2s_{\frac{1}{2}}$ -Niveau. Die gepunktete Linie zeigt ein künstliches radiales Matrixelement, in dem der an der Pseudokreuzung gelegene Peak unterdrückt ist.

(Die Zweizentren-Rechnung wurde wie in der Beschreibung der Abb. 3.18 angegeben durchgeführt, allerdings unter Verwendung des Neckparameter-Wertes $\epsilon = 1$.)

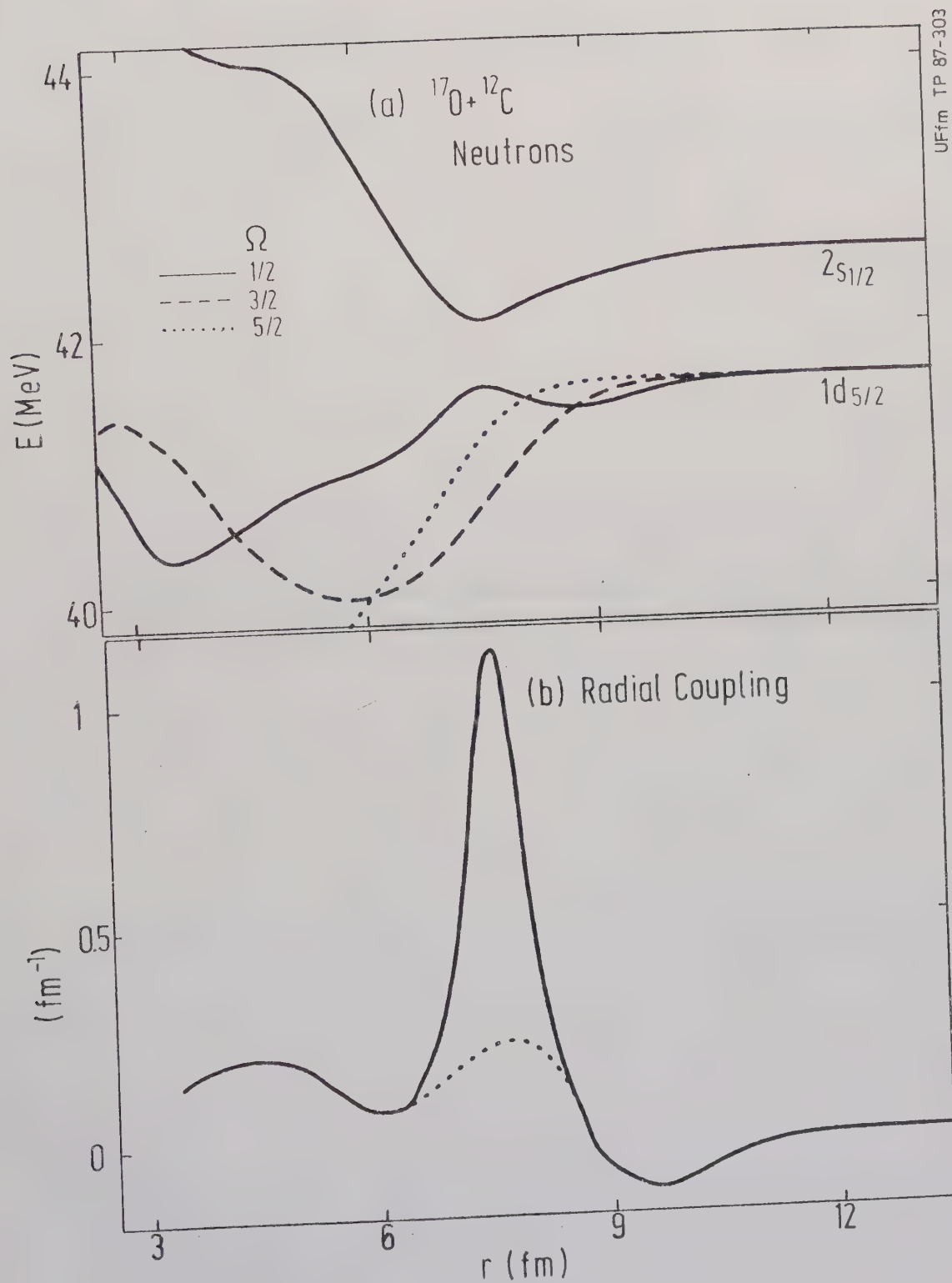


Abb. 3.22: Radiales Verhalten einiger ausgesuchter Matrixelemente der Rotationskopplung. (Zweizentren-Schalenmodellparameter wie in Abb. 3.21).

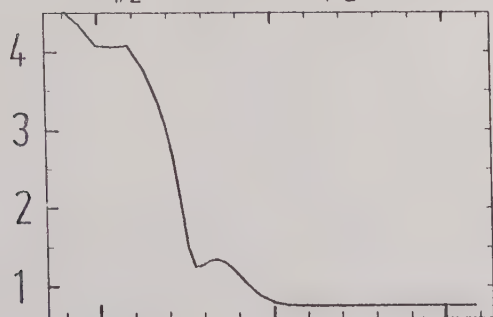
ROTATIONAL COUPLING

Matrix Elements

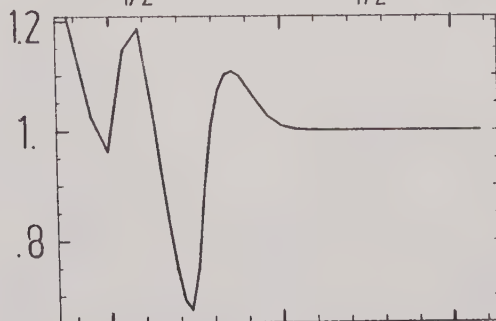
TP 88-209

UFfm

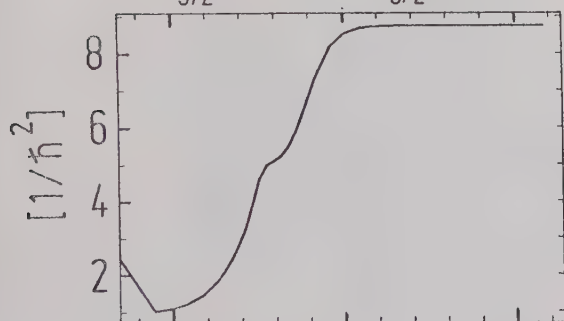
$$\langle 2s_{1/2}(\Omega=\frac{1}{2}) | J^2 | 2s_{1/2}(\Omega=\frac{1}{2}) \rangle$$



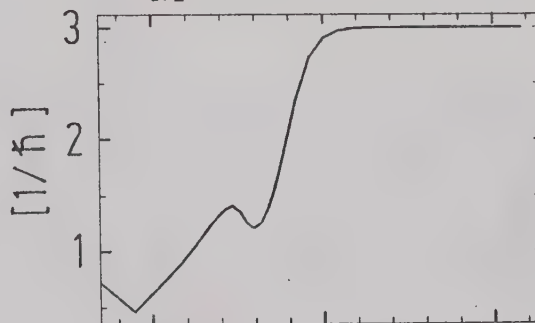
$$\langle 2s_{1/2}(\Omega=-\frac{1}{2}) | J^- | 2s_{1/2}(\Omega=\frac{1}{2}) \rangle$$



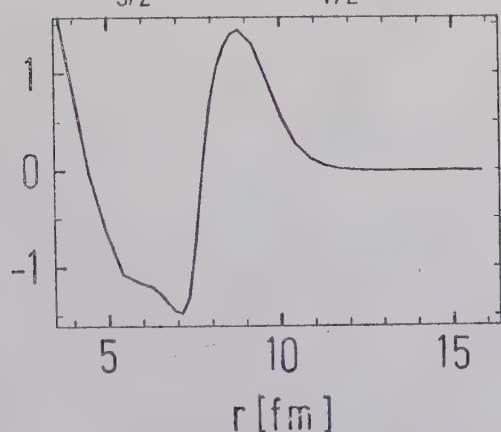
$$\langle 1d_{5/2}(\Omega=\frac{1}{2}) | J^2 | 1d_{5/2}(\Omega=\frac{1}{2}) \rangle$$



$$\langle 1d_{5/2}(\Omega=-\frac{1}{2}) | J^- | 1d_{5/2}(\Omega=\frac{1}{2}) \rangle$$



$$\langle 1d_{5/2}(\Omega=\frac{1}{2}) | J^2 | 2s_{1/2}(\Omega=\frac{1}{2}) \rangle$$



$$\langle 1d_{5/2}(\Omega=\frac{3}{2}) | J^+ | 2s_{1/2}(\Omega=\frac{1}{2}) \rangle$$

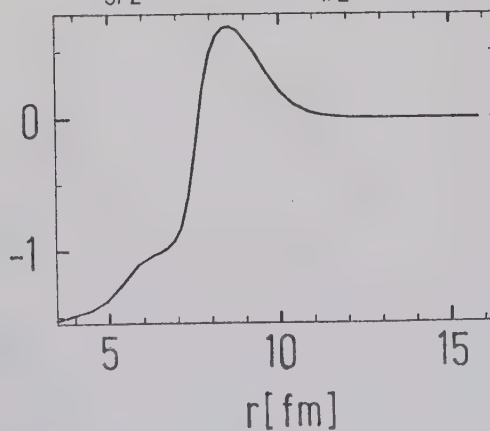


Abb. 3.23: Differentielle Wirkungsquerschnitte für (a) die elastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C und (b) die inelastische Anregung des ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{17}O bei zwei Einschußenergien. Die durchgezogen gezeichneten Linien wurden unter Benutzung der vollständigen radialen Kopplung (durchgezogene Linie in Abb. 3.21(b)) berechnet, während die gestrichelten Kurven Rechnungen darstellen, die das künstlich konstruierte radiale Matrixelement, in dem der durch die vermiedene Niveaukreuzung hervorgerufene Peak unterdrückt ist, benutzen (gepunktete Linie in Abb. 3.21(b)). Die Dreiecke repräsentieren die Daten von Freeman *et al.* /Fre86/.

▲ Data (Freeman et al.)

— Theory

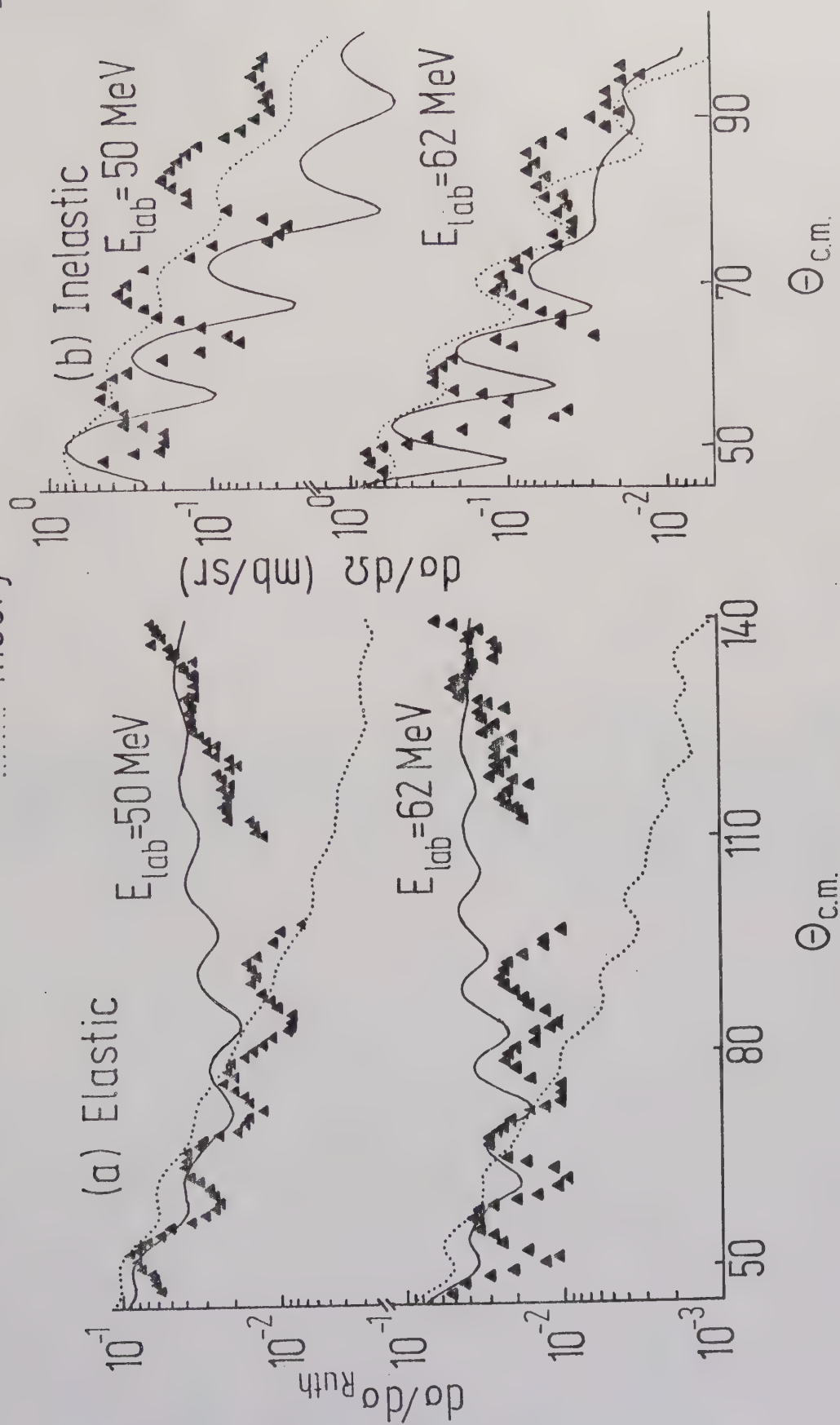
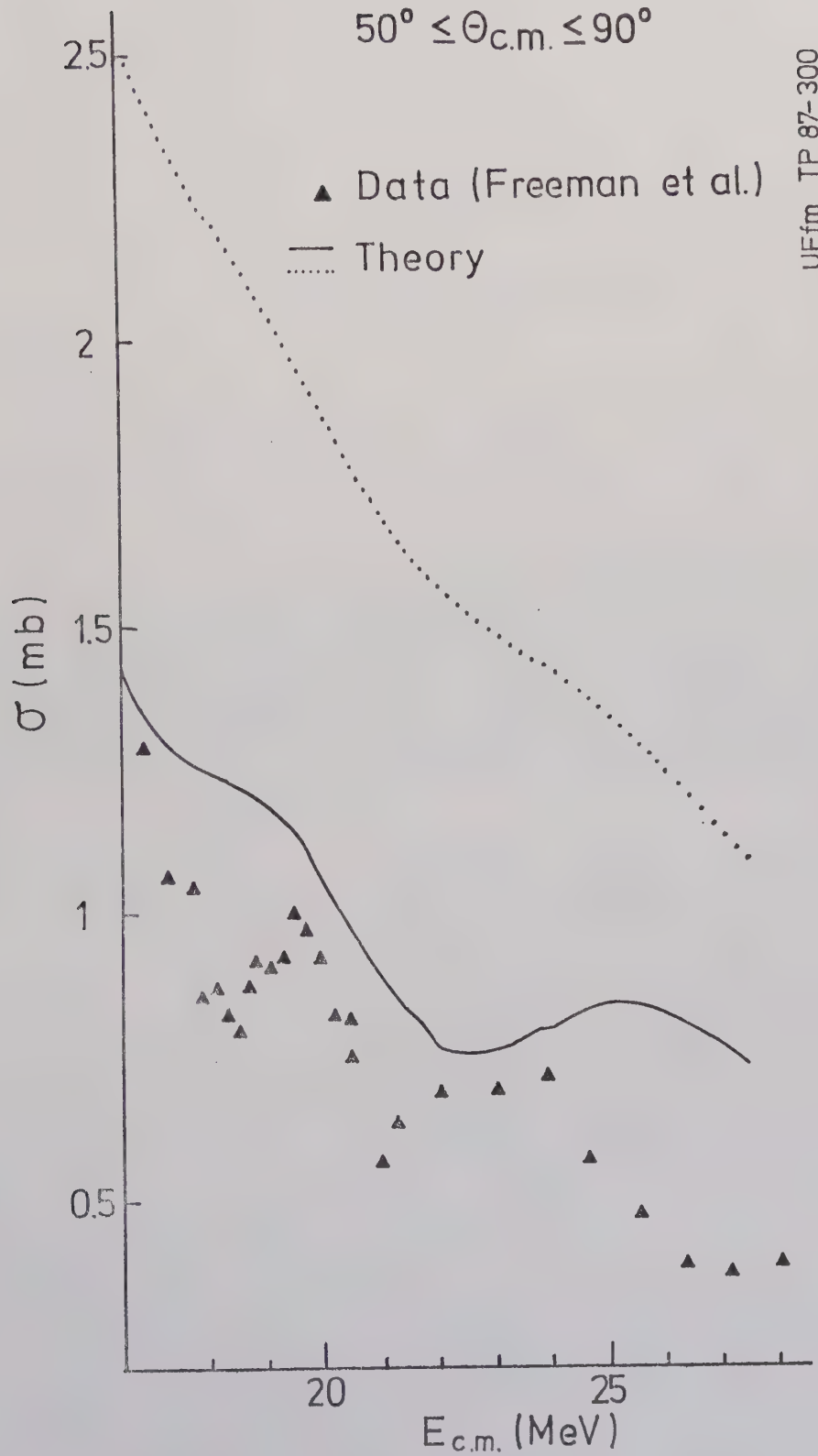


Abb. 3.24: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die Anregung des ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{17}O im Stoß mit ^{12}C , integriert über die Streuwinkel $50^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$. Die durchgezogene und gepunktet gezeichneten Kurven wurden wie in Abb. 3.23 beschrieben berechnet. Die Daten von Freeman *et al.* /Fre86/ stellen die Dreiecke dar.

$^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$

Inelastic

$50^\circ \leq \Theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$



UFfm TP 87-300

Abb. 3.25: Berechnete inelastische Wirkungsquerschnitte für die Reaktion $^{12}\text{C}(^{17}\text{O}, ^{17}\text{O}(\frac{1}{2}^+))^{12}\text{C}$, integriert über die Streuwinkel $45^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 55^\circ$. Durchgezogen und gepunktet gezeichnete Kurven wurden wie in Abb. 3.23 beschrieben berechnet. Es wurde eine lineare Abhängigkeit des Absorptionsstärke-Parameters W_0 des imaginären optischen Potentials von der Einschußenergie angenommen ($W_0 = -.241 E_{\text{c.m.}}$).

$^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$

Inelastic

$45^\circ \leq \Theta_{\text{c.m.}} \leq 55^\circ$

UFfm TP 87-301

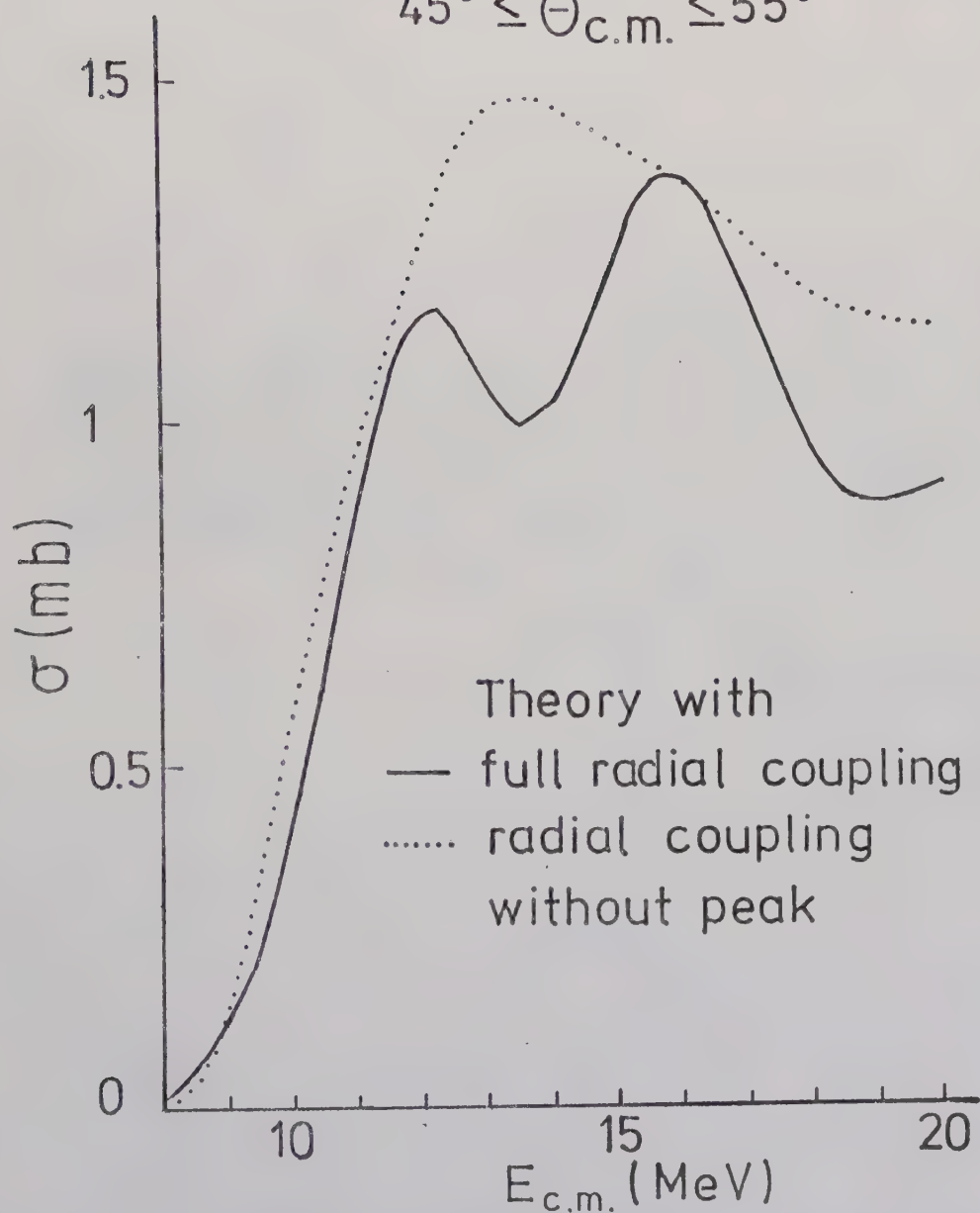
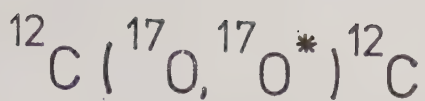


Abb. 3.26: Berechnete inelastische Anregungsfunktionen für die Reaktion $^{12}\text{C}(^{17}\text{O}, ^{17}\text{O}(\frac{1}{2}^+))^{12}\text{C}$ für die Streuwinkel $\theta_{\text{c.m.}} = 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ$ und 90° . Durchgezogen und gestrichelt gezeichnete Kurven wurden wie in Abb. 3.23 beschrieben berechnet. Es wurde eine lineare Abhängigkeit des Absorptionsstärke-Parameters W_0 des imaginären optischen Potentials von der Einschußenergie angenommen ($W_0 = -.241E_{\text{c.m.}}$). Die Dreiecke stellen die Daten von Freeman *et al.* /Free88/ dar.



▲ Data (Freeman et al.)

— Theory with

full radial coupling

⋯ radial coupling without peak

UFFm TP88-207

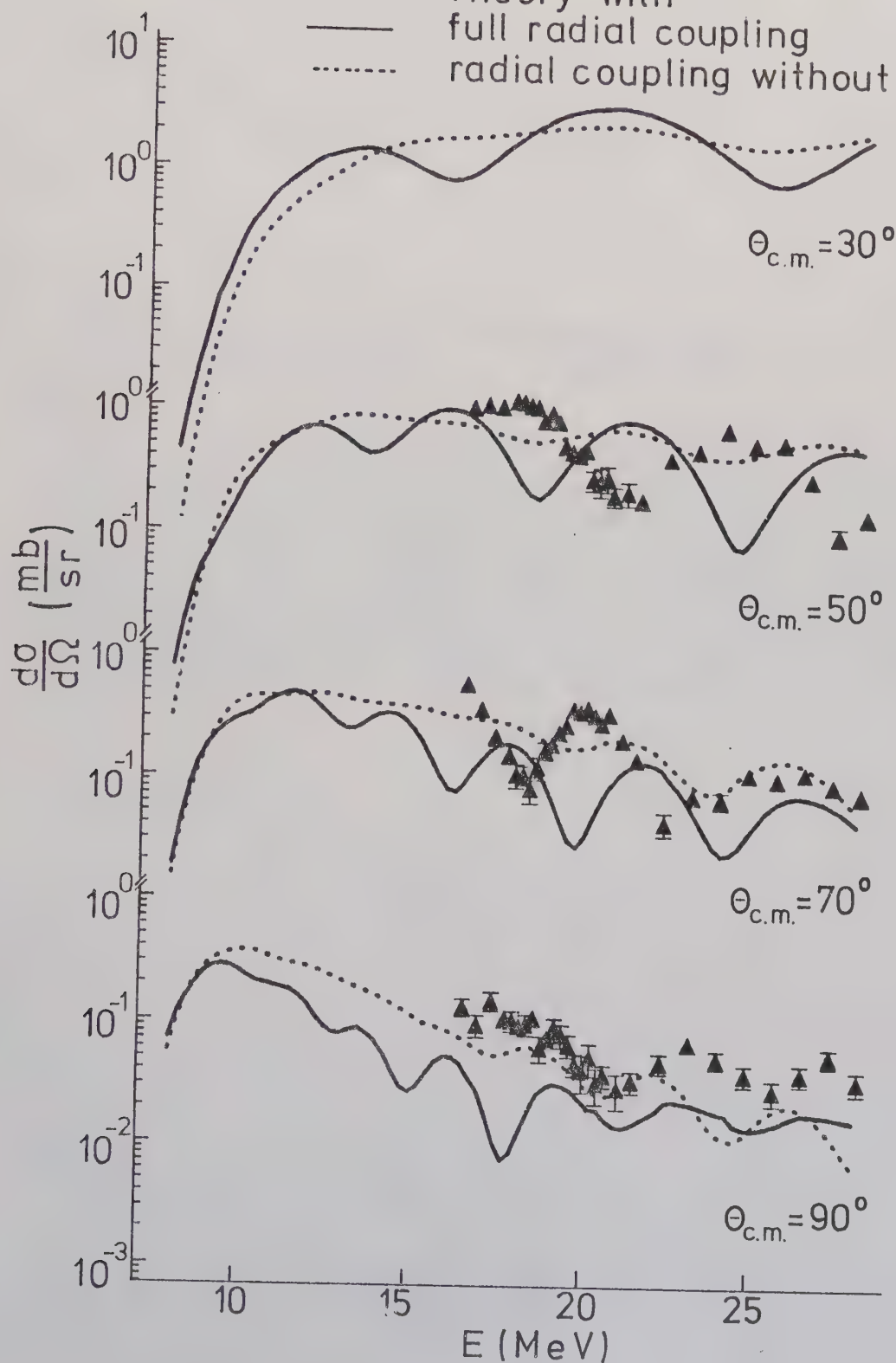
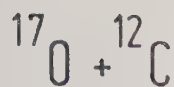


Abb. 3.27: Wirkungsquerschnitte für (a) die elastische Streuung von ^{17}O an ^{12}C und (b) die inelastische Anregung des ersten $\frac{1}{2}^+$ -Zustandes von ^{17}O bei zwei Einschußenergien. Die durchgezogene gezeichnete Linie wurde unter Benutzung der vollständigen radialen Kopplung und sämtlicher Rotationskopplungen berechnet (s.o. Abb. 3.23). Die gepunktet bzw. strichpunktiert gezeichneten Linien stellen Rechnungen dar, die nur die Rotationskopplungen bzw. nur die radiale Kopplung verwendeten. Die Dreiecke repräsentieren wieder die Daten von Freeman *et al.* /Fre86/.



- only rotational coupling
- · — only radial coupling
- all couplings

UFfm TP 88-204

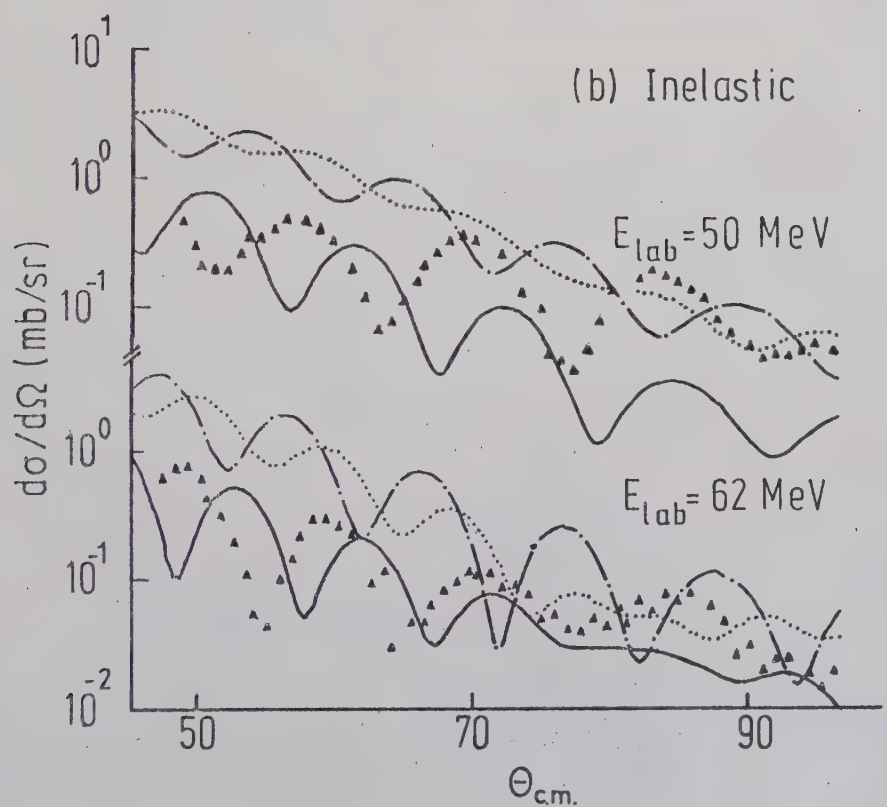
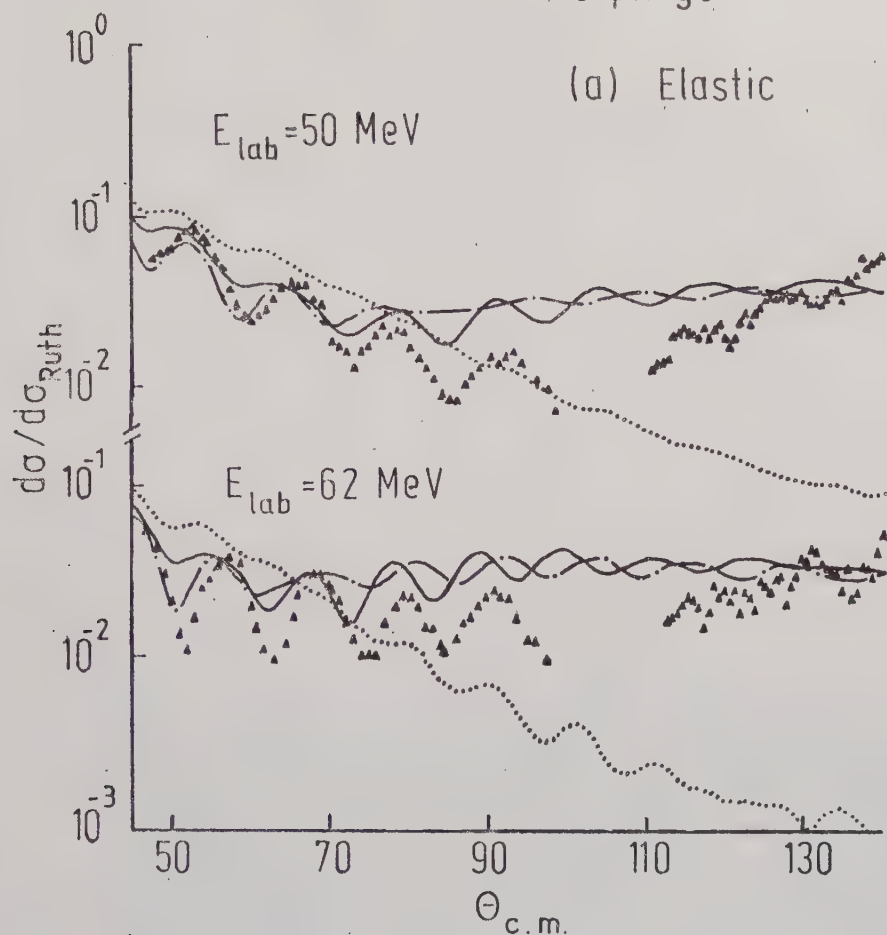
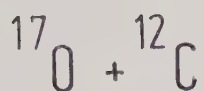


Abb. 3.28: Unter Verwendung des optischen Potentials von Freeman *et al.* /Fre86/ (s. Abb.3.17) und des in Abb. 3.18 angegebenen Zweizentren- Parametersatzes von Park *et al.* /Par80/ berechnete, über alle Streuwinkel (durchgezogene Linien) bzw. die Streuwinkelbereiche $50^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$ (gepunktete Linien) und $90^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 138^\circ$ (strichpunktierte Linien) integrierte, inelastische Anregungsfunktionen für die Reaktion $^{12}\text{C}(^{17}\text{O}, ^{17}\text{O}(\frac{1}{2}^+)^{12}\text{C}$. Der Neckparameter-Wert wurde auf $\epsilon = 1$. (a) oder $\epsilon = .68$ (b) in den Zweizentren-Rechnungen gesetzt.



Inelastic
Angle integrated excitation
function

UFfm TP 88-198

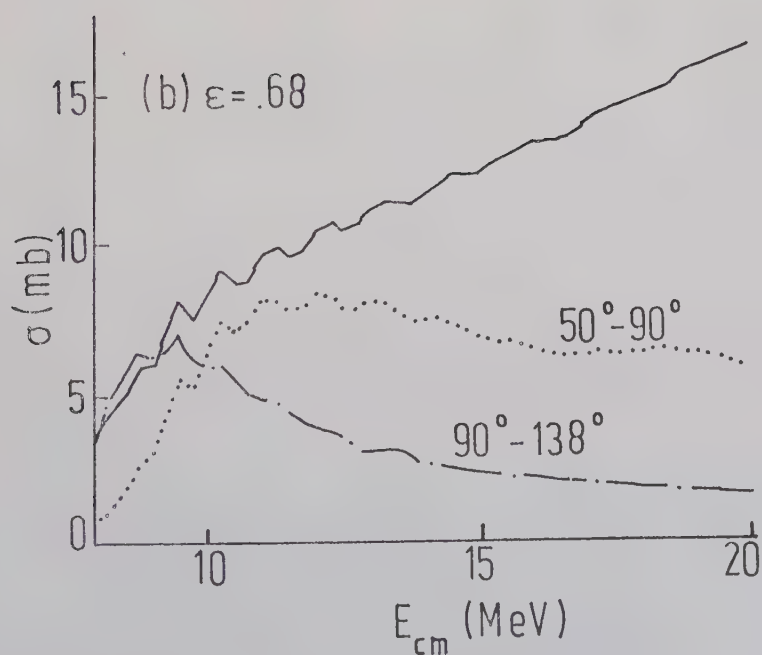
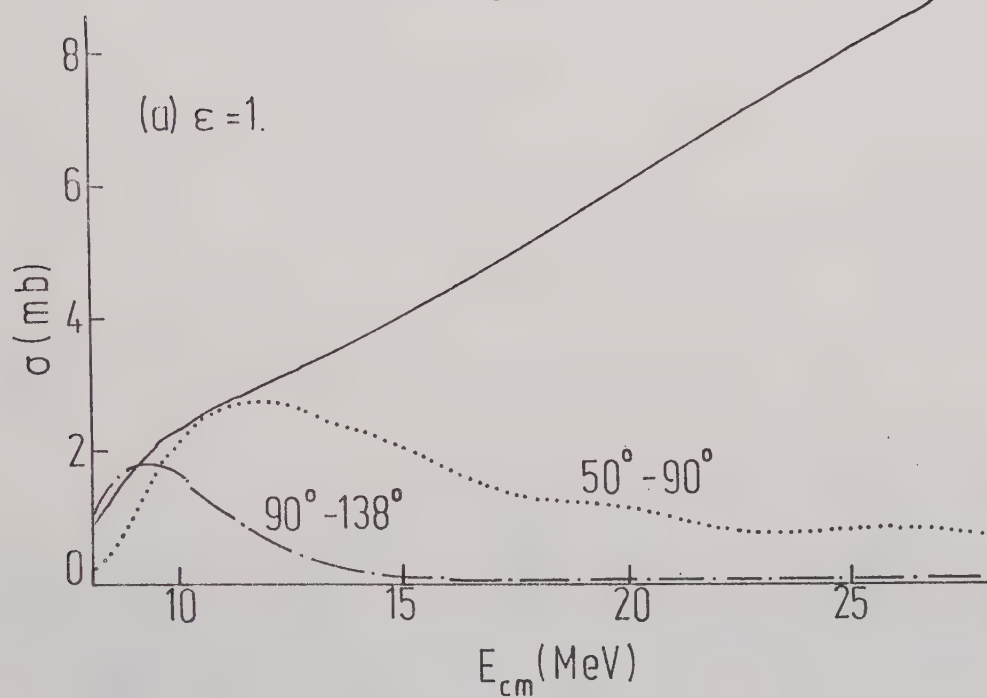


Abb. 3.29: (a) $|\Omega| = \frac{1}{2}$ -Niveaus des $1d_{\frac{5}{2}}$ - und $2s_{\frac{1}{2}}$ -Zustandes von ^{17}O bei Verwendung des in Abb. 3.18 angegebenen Zweizentren-Parametersatzes von Park *et al.* /Par80/, wenn einmal der Neckparameter-Wert $\epsilon = 1$ (durchgezogene Linien) oder $\epsilon = .68$ (gestrichelte Linien) benutzt wird.

(b) Das sich für diese beiden Neckparameter-Werte jeweils ergebende radiale Kopplungsmatrixelement $\langle 1d_{\frac{5}{2}}(\Omega = \frac{1}{2}) | \frac{\partial}{\partial r} + D | 2s_{\frac{1}{2}}(\Omega = \frac{1}{2}) \rangle$ ist durch die durchgezogene ($\epsilon = 1$) bzw. gestrichelte Linie ($\epsilon = .68$) dargestellt.

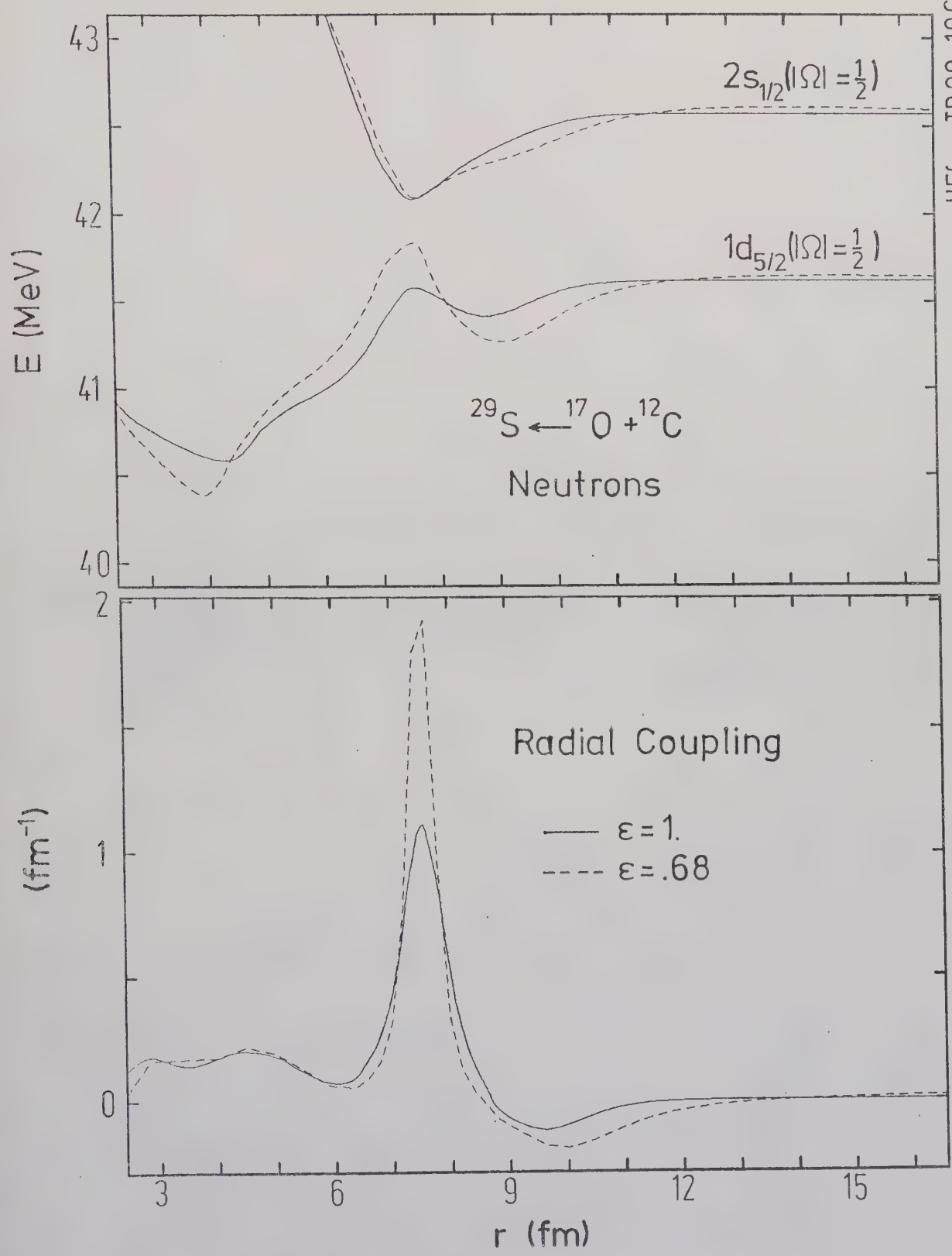


Abb. 3.30: Unter Verwendung des in Abb. 3.18 angegebenen Zweizentren-Parametersatzes mit $\epsilon = 1$ berechnete, über alle Streuwinkel integrierte, inelastische Anregungsfunktion, wenn der Absorptionsstärke-Parameter W_0 des imaginären Woods-Saxon-Potentiales (abweichend von -6.17 MeV) den Wert -1. MeV (a) oder -0.1 MeV (b) hat. Die gepunkteten Linien wurden mit der in Abb. 3.21(b) mit der gepunkteten Linie dargestellten künstlichen radialen Kopplung ohne Peak berechnet.



Angle integrated inelastic excitation function

Theory with

— full radial coupling

..... radial coupling without peak

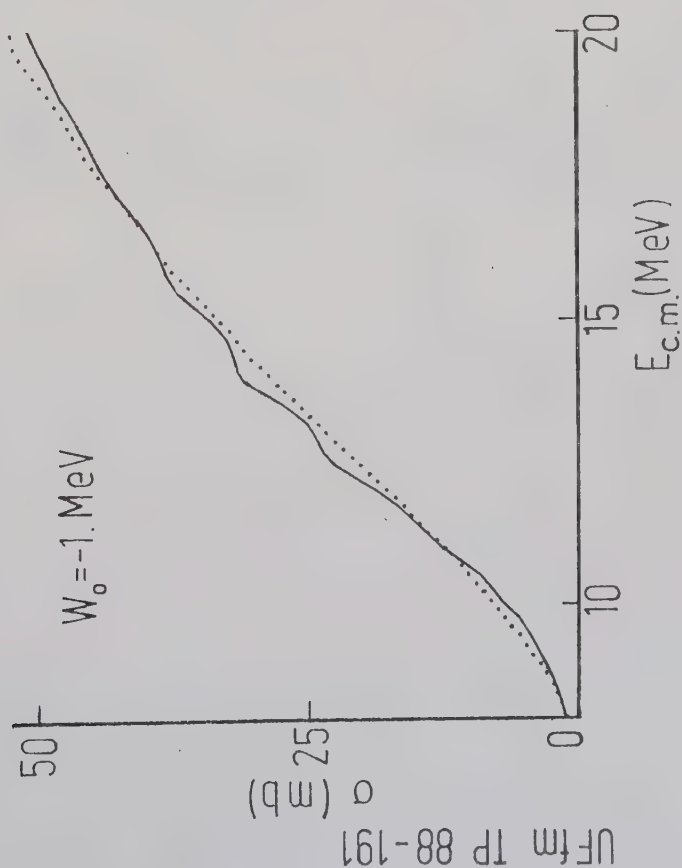


Abb. 3.31: Berechneter und über alle Streuwinkel integrierter inelastischer Wirkungsquerschnitt bei Berücksichtigung der radialen Kopplung und aller Rotationskopplungen. Das optische Potential wurde von Freeman *et al.* /Fre86/ übernommen, wobei allerdings für den Absorptionsstärke-Parameter W_0 des imaginären Woods-Saxon-Potentiales eine lineare Abhängigkeit von der Einschußenergie angenommen worden ist ($W_0 = -.241E_{c.m.}$). Wird der Neckparameter-Wert in den Zweizentren-Rechnungen auf $\epsilon = 1$. gesetzt, ergibt sich die durchgezogene Linie. Die gepunktete Linie basiert auf einer Rechnung, die statt der für $\epsilon = 1$ sich ergebenden radialen Kopplung diese mit dem Faktor 1.5 multipliziert benutzt.

$^{17}\text{O} + ^{12}\text{C}$

Inelastic

$[q\omega]$

Theory with
— full radial coupling
- - - radial coupling $\times 1.5$

$E_{c.m.} [\text{MeV}]$

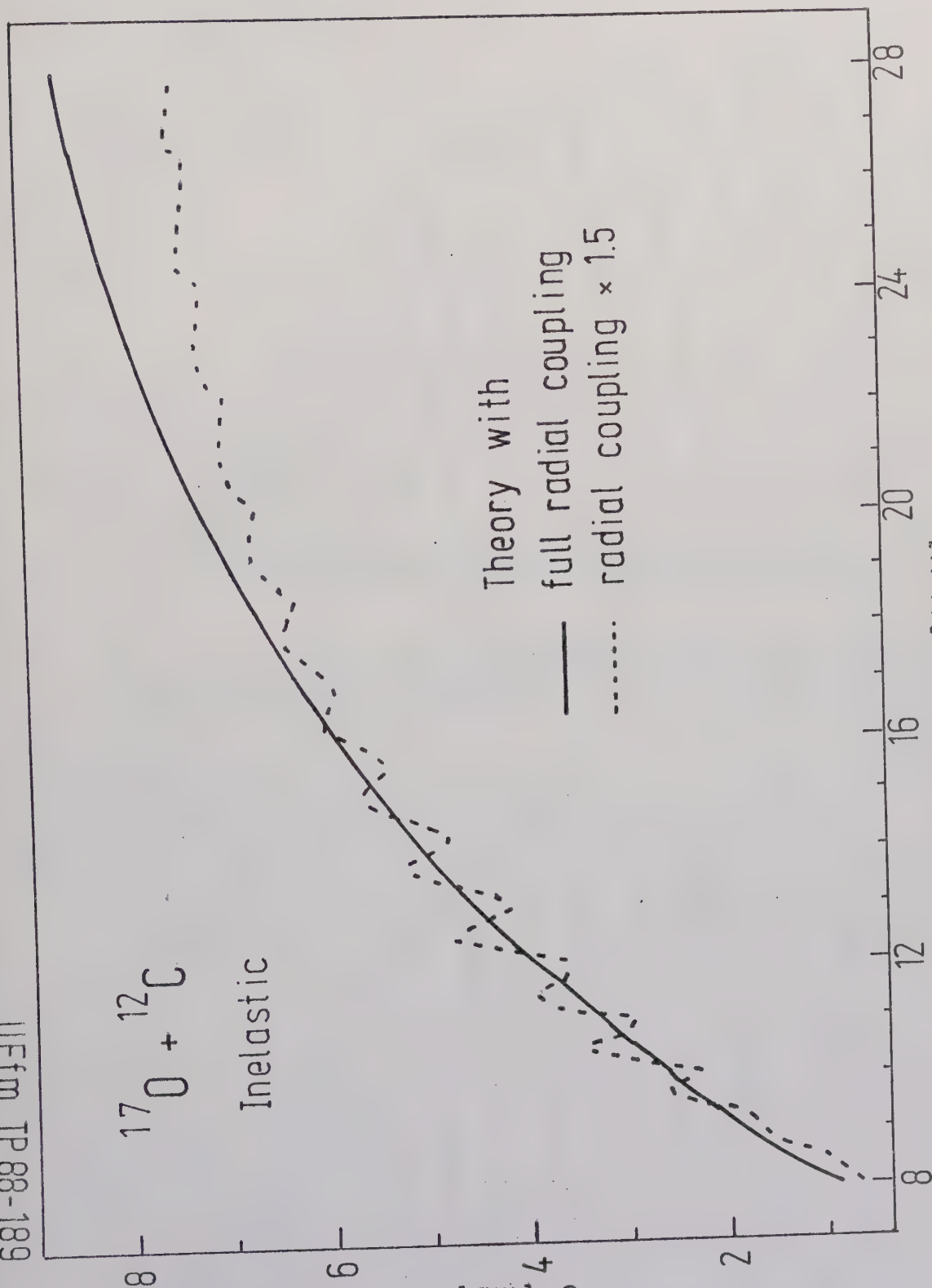


Abb. 3.32: Partiale inelastische Wirkungsquerschnitte für die in Abb. 3.32 mit einer durchgezogenen Linie (a) bzw. gepunkteten Linie (b) dargestellten Rechnung.

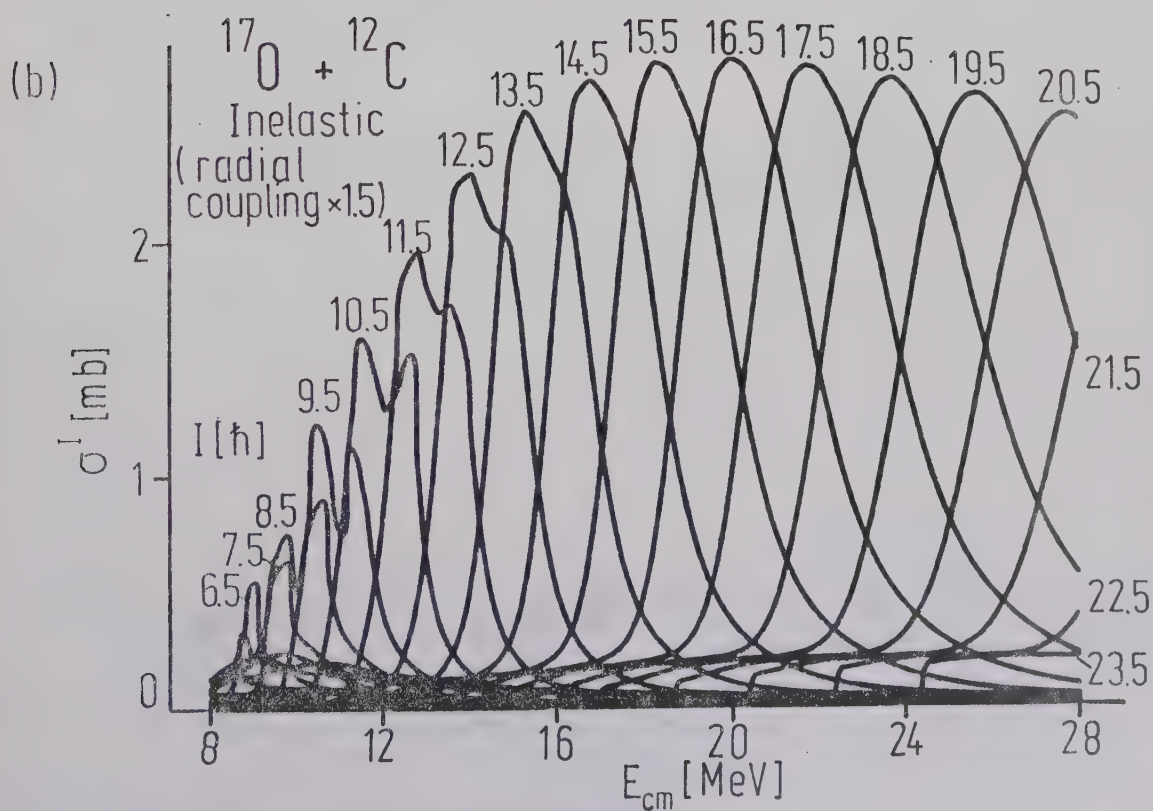
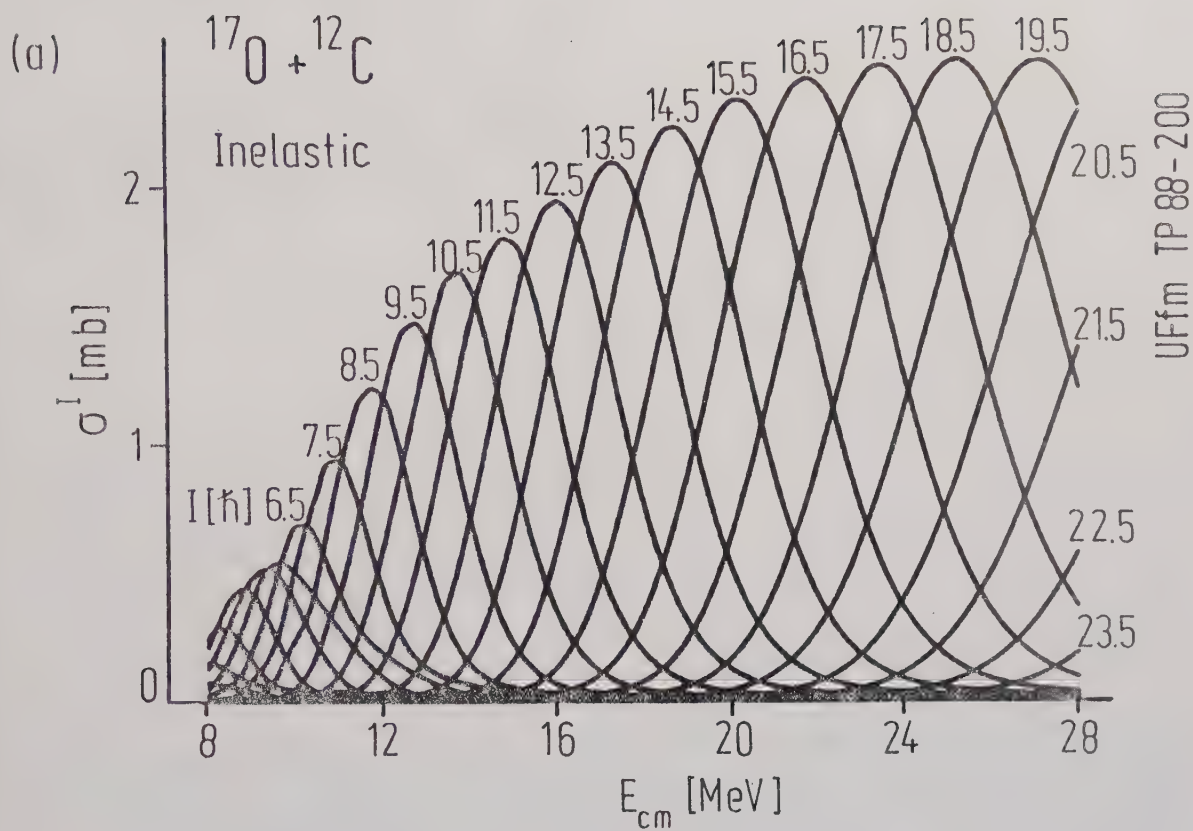
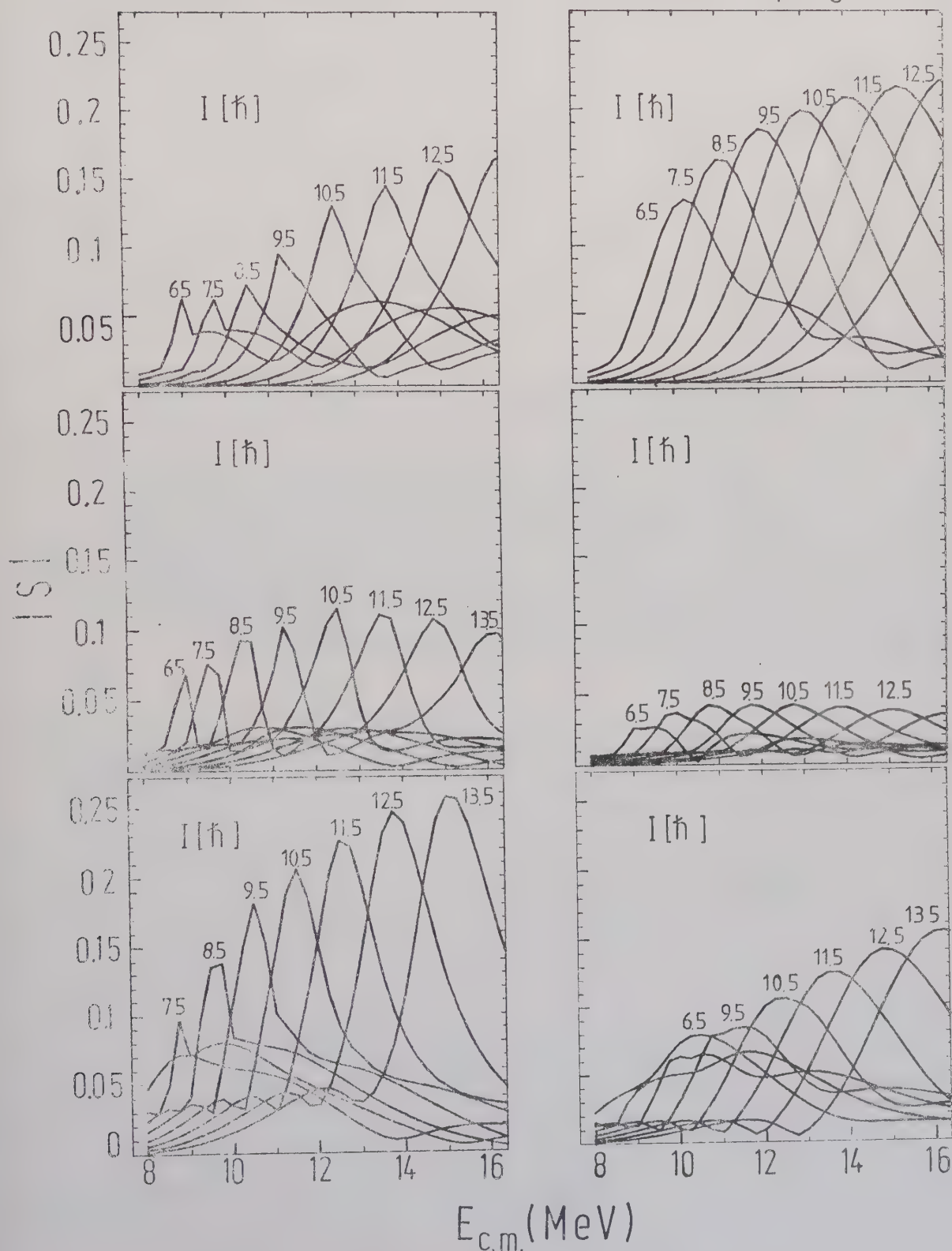


Abb. 3.33: Absolutbeträge von S -Matrixelementen zwischen den elastischen Eingangskanälen mit den Bahndrehimpulsen $l = I + 2.5, I - 1.5, I - 2.5$ und den inelastischen Kanälen mit $l = I + .5, I + .5, I - .5$ als Funktionen der Einschußenergie. Die linke Spalte zeigt die Übergangs- S -Matrixelemente, die sich bei Benutzung der mit 1.5 multiplizierten radialen Kopplung ergeben, die in der rechten Spalte dargestellten S -Matrixelemente ergeben sich bei Benutzung der für $\epsilon = 1$ normalen vollen radialen Kopplung.

$$S_{\text{elastic}}^I \text{ with } (\ell-I) = \begin{cases} 2.5 \\ -1.5 \\ -2.5 \end{cases} \longrightarrow \text{inelastic with } (\ell-I) = \begin{cases} 2.5 \\ 1.5 \\ 0.5 \end{cases}$$

Calculation with
full radial coupling $\times 1.5$

full radial coupling



UFfm TP88-206

Abb. 3.34: Absolutbeträge von diagonalen S -Matrixelementen der elastischen Kanäle mit Bahndrehimpulsen $l = I + 2.5, I - 1.5, I - 2.5$ als Funktionen der Einschußenergie. Die linke Spalte zeigt S -Matrixelemente, die sich in den Rechnungen bei Benutzung der mit 1.5 multiplizierten radialen Kopplung ergeben, die rechte Spalte stellt die S -Matrixelemente dar, wenn in den gekoppelten Kanalrechnungen die für $\epsilon = 1$ normale radiale Kopplung verwendet wird. Die schwarzen Punkte markieren die Barrierenenergie des reellen diagonalen elastischen Potentials (inklusive der diagonalen Rotationskopplungsbeiträge u. Einteilchenenergie) zu gegebenen Drehimpulsen I .

$$S_{\text{elastic (diagonal)}}^I \text{ for } (l-I) = \begin{Bmatrix} 2.5 \\ -1.5 \\ -2.5 \end{Bmatrix}$$

Ufcm TP 88-205

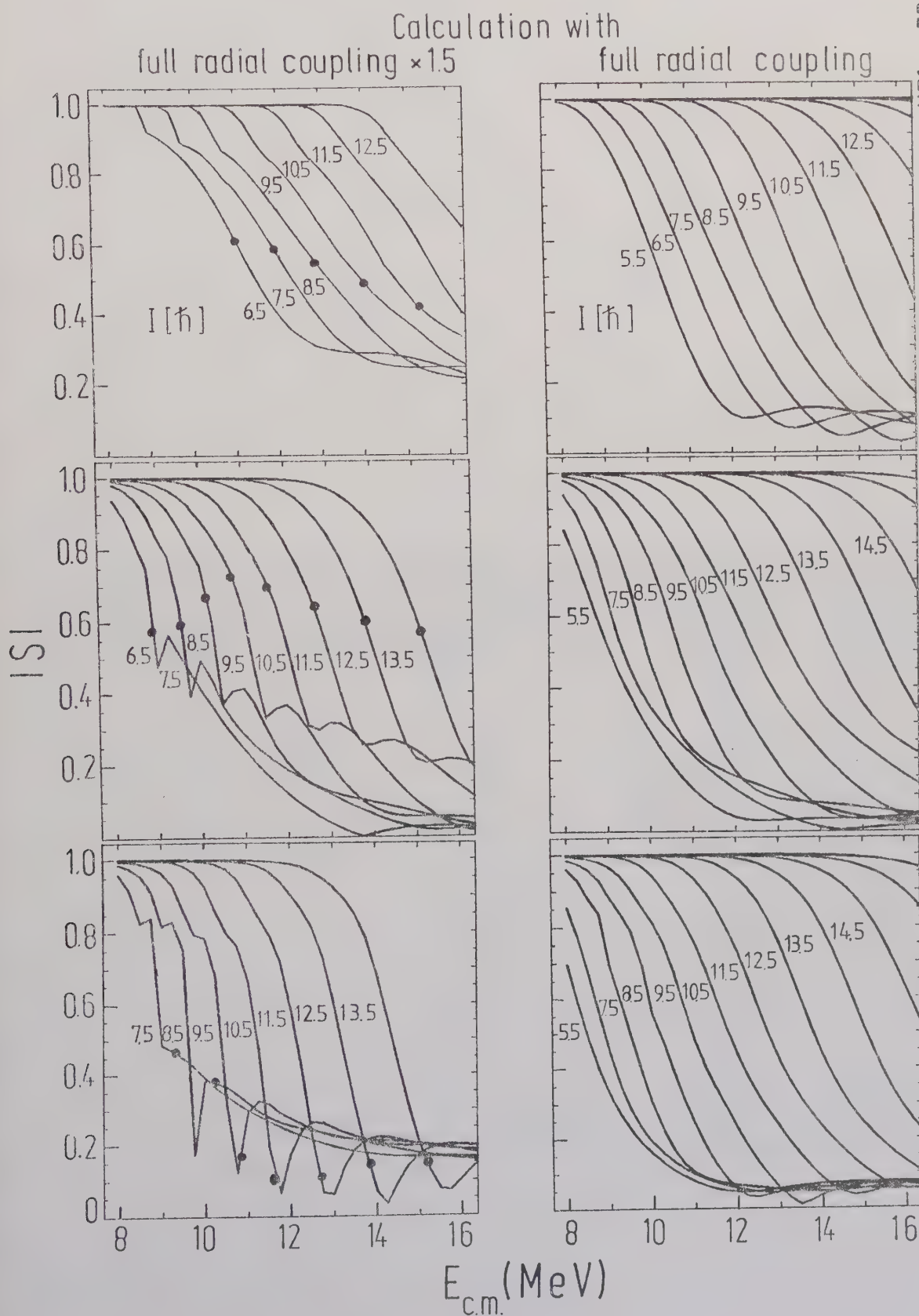
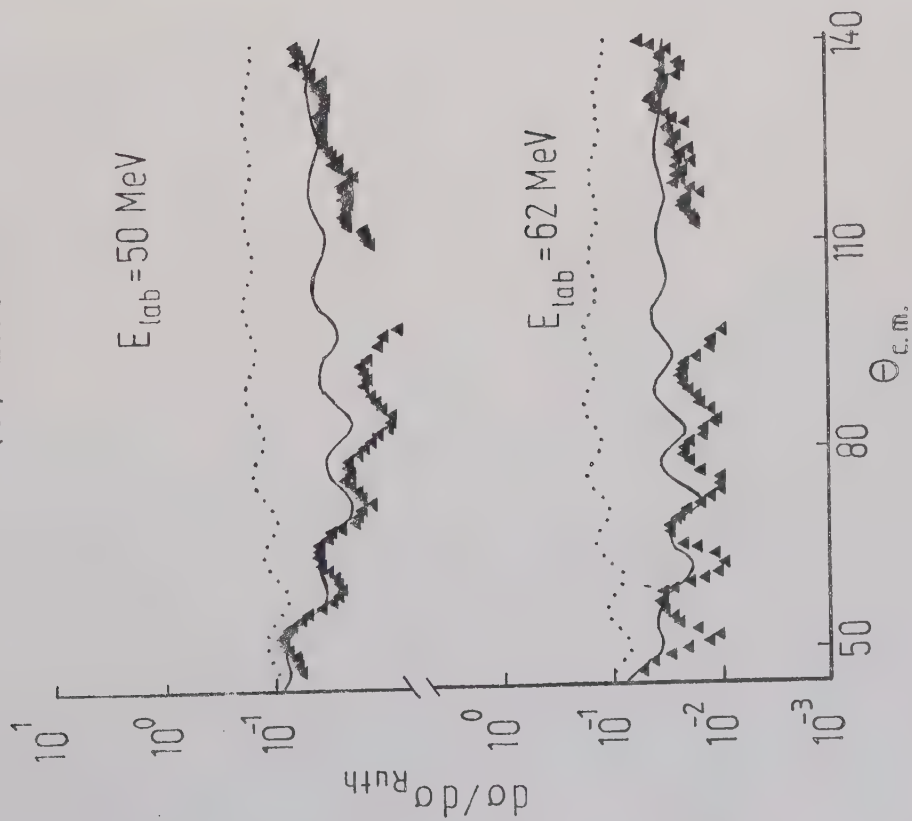


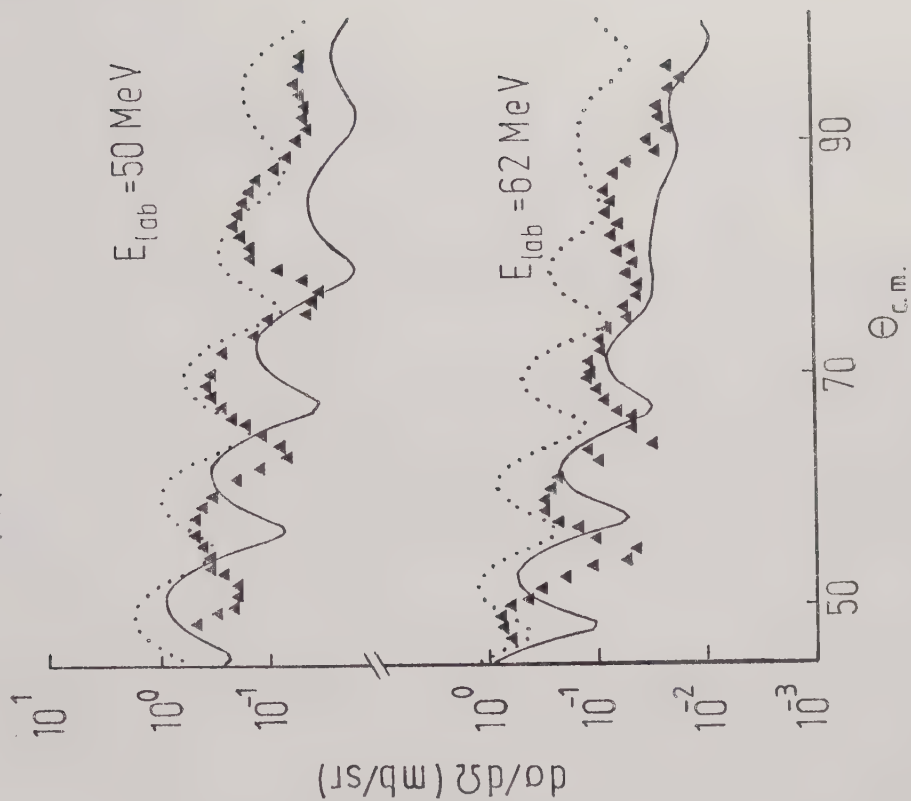
Abb. 3.35: Berechnete elastische (a) und inelastische (b) Winkelverteilungen für ^{17}O auf ^{12}C bei Einschußenergien $E_{\text{Lab}} = 50 \text{ MeV}$ und 62 MeV im Vergleich zu den Daten von Freeman *et al.* /Fre86/. Die durchgezogen und gepunktet gezeichneten Kurven wurden wie in Abb. 3.31 angegeben berechnet.

Calculation with
 — full radial coupling
 full radial coupling $\times 1.5$

(a) Elastic



(b) Inelastic



Danksagung

An dieser Stelle sei meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner, für die Anregung zu dieser Arbeit und seine Unterstützung gedankt. Ebenso bin ich Herrn Prof. Dr. W. Scheid zu großem Dank verpflichtet für die vielen nützlichen Hinweise, Ratschläge und Diskussionen.

Meinen Kollegen und Freunden Jürgen Fink, Richard Herrmann, Ludwig Neise, Reinhard Maaß und Günther Plunien danke ich für die langjährige freundschaftliche Zusammenarbeit.

Schließlich richtet sich mein Dank an Frau B. Utschig und Frau H. Steidle für ihre stets prompte und sorgfältige Ausführung der Zeichnungen, an meine Schwester Liane für das Tippen des Manuskriptes und ihre Hilfe bei der Erstellung der Druckvorlage und an Herrn Holzmann für den Druck der Arbeit.

Die benötigte Rechenzeit stellte die Gesellschaft für Schwerionenforschung zur Verfügung.

Lebenslauf

Am 2. Oktober 1958 wurde ich als Sohn des Eisenbahnangestellten Leo Thiel und seiner Ehefrau Margit Thiel, geb. Haselbauer, in Simtshausen (Landkreis Marburg/Lahn) geboren. Am 1. April 1965 wurde ich in die Gerhardt Hauptmann-Schule in Marburg eingeschult. Vom Sommer 1968 an besuchte ich dann das Gymnasium Philippinum in Marburg, von April 1970 bis Juli 1973 das Friedrichs-Gymnasium in Kassel und anschließend das Heinrich-von-Gagern-Gymnasium in Frankfurt, wo ich im Juni 1977 die Abiturprüfung ablegte. Von Juli 1977 bis September 1978 leistete ich meinen Grundwehrdienst ab. Im Oktober 1978 nahm ich das Studium der Physik (Diplom) an der Johann Wolfgang Goethe-Universität auf, wo ich im März 1981 die Diplom-Vorprüfung ablegte. Unter Anleitung von Herrn Prof. Dr. W. Greiner verfaßte ich meine Diplomarbeit am Institut für Theoretische Physik, an dem ich seit meiner Diplom-Hauptprüfung im September 1984 als wissenschaftlicher Mitarbeiter beschäftigt bin.

